1　構造計算

1.1　材料力学

1.1.1　断面の性質

（A）　断面諸係数

（a）　断面１次モーメント（S）　断面１次モーメントは断面図形の図心の位置を求める場合に利用することが多い．**図 1.1.1** による断面１次モーメントは，断面積に図心から任意に定めた軸までの距離をかけて求めることができる．

$S_X = A \times y_0$ ………………(1)

$S_Y = A \times x_0$ ………………(2)

S_X：X 軸に関する断面１次モーメント（mm^3）
S_Y：Y 軸に関する断面１次モーメント（mm^3）
A：断面積（cm^2）
x_0：Y 軸から図心までの距離（mm）
y_0：X 軸から図心までの距離（mm）

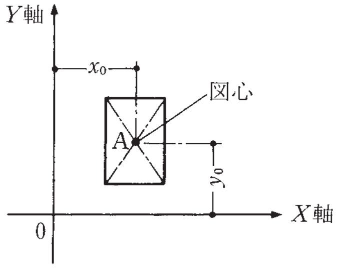


図 1.1.1

(i) 図心の求め方　　断面図形の図心の位置を求める場合は，(1)，(2) 式より求めることができる．

$$y_0 = \frac{S_X}{A}\ (\mathrm{mm})$$

$$x_0 = \frac{S_Y}{A}\ (\mathrm{mm})$$

図 1.1.2（A）による断面図形の図心の位置 x_0，y_0 は次のようにして求める．

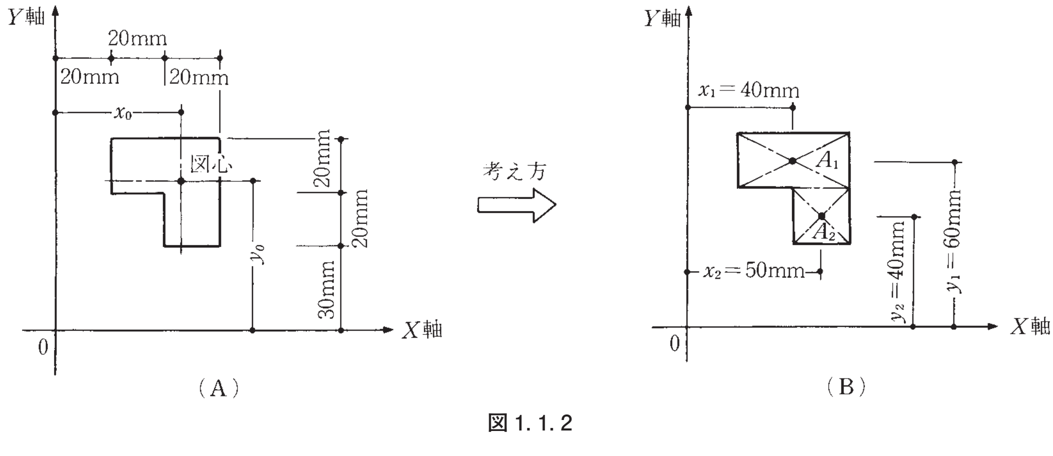


図 1.1.2

重要語句　**断面１次モーメント**（S）

考え方として，**図 1. 1. 2**（B）のように図心のわかる図形に分割し，断面 1 次モーメントを求めてから図心までの距離 x_0，y_0 を求める．

$$S_X = S_{X1} + S_{X2} = 48000\ \mathrm{mm}^3 + 16000\ \mathrm{mm}^3 = 64000\ \mathrm{mm}^3$$

$$\left[\begin{array}{l} S_{X1} = A_1 \times y_1 = 40\ \mathrm{mm} \times 20\ \mathrm{mm} \times 60\ \mathrm{mm} = 48000\ \mathrm{mm}^3 \\ S_{X2} = A_2 \times y_2 = 20\ \mathrm{mm} \times 20\ \mathrm{mm} \times 40\ \mathrm{mm} = 16000\ \mathrm{mm}^3 \end{array}\right]$$

$$y_0 = \frac{S_X}{A} = \frac{64000\ \mathrm{mm}^3}{1200\ \mathrm{mm}^2} \fallingdotseq 53.3\ \mathrm{mm}$$

$$[A = A_1 + A_2 = 40\ \mathrm{mm} \times 20\ \mathrm{mm} + 20\ \mathrm{mm} \times 20\ \mathrm{mm} = 1200\ \mathrm{mm}^2]$$

$$S_Y = S_{Y1} + S_{Y2} = 32000\ \mathrm{mm}^3 + 20000\ \mathrm{mm}^3 = 52000\ \mathrm{mm}^3$$

$$\left[\begin{array}{l} S_{Y1} = A_1 \times x_1 = 20\ \mathrm{mm} \times 40\ \mathrm{mm} \times 40\ \mathrm{mm} = 32000\ \mathrm{mm}^3 \\ S_{Y2} = A_2 \times x_2 = 20\ \mathrm{mm} \times 20\ \mathrm{mm} \times 50\ \mathrm{mm} = 20000\ \mathrm{mm}^3 \end{array}\right]$$

$$x_0 = \frac{S_Y}{A} = \frac{52000\ \mathrm{mm}^3}{1200\ \mathrm{mm}^2} \fallingdotseq 43.3\ \mathrm{mm}$$

（b）　断面 2 次モーメント（I）

断面 2 次モーメントは部材の曲げ変形しにくさを表わし，部材のたわみなどに関係する．

断面 2 次モーメントが大きくなると部材はたわみにくくなる．

断面 2 次モーメントには，図心軸に関する断面 2 次モーメントと図心軸以外の軸に関する断面 2 次モーメントがある．

(i)　図心軸に関する断面 2 次モーメントの求め方　　**図 1. 1. 3** における長方形断面の断面 2 次モーメントは，次の式で求める．

$$\boldsymbol{I_x = \frac{\text{幅} \times (\text{せい})^3}{12} = \frac{b \times h^3}{12}}\ (\mathrm{mm}^4)$$

$$I_y = \frac{\text{幅} \times (\text{せい})^3}{12} = \frac{h \times b^3}{12}\ (\mathrm{mm}^4)$$

I_x：x 軸に関する断面 2 次モーメント（mm^4）

I_y：y 軸に関する断面 2 次モーメント（mm^4）

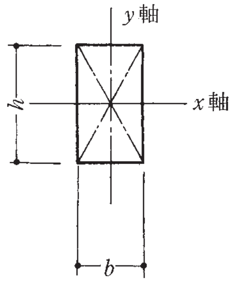
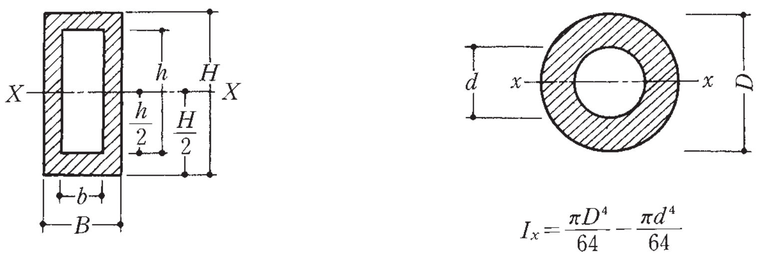


図 1. 1. 3

図 1. 1. 4 のような中空断面の断面 2 次モーメントを求める場合には，断面 2 次モーメントの差をとるとよい．



$$I_x = \frac{BH^3}{12} - \frac{bh^3}{12}$$

$$I_x = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$$

図 1. 1. 4

重要語句　**断面 2 次モーメント（I）**

(ii)　図心軸以外の軸に関する断面２次モーメント　**図 1.1.5** のように図心軸（x）以外の軸に関する断面２次モーメントは次の式で求められる．

$$I_X = I_x + A \cdot {y_0}^2 \ (\mathrm{mm}^4)$$

I_X：X 軸に関する断面２次モーメント（mm^4）
I_x：x 軸に関する断面２次モーメント（mm^4）
A：断面積（mm^2）
X：図心軸 x に平行な軸
y_0：X ～ x 間の距離（mm）

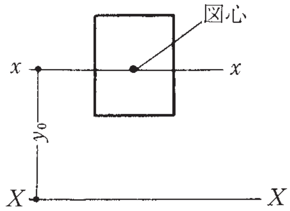


図 1.1.5

(c)　断面係数（Z）　断面係数は部材の曲げ強さを示す係数で，その値が大きいほど曲げ強さは強くなる．**図 1.1.6** のように，断面係数は図心を通る軸についての断面２次モーメントの値を図心軸から縁までの距離で除して求める．

$$Z_{x1} = \frac{I_x}{h_1}$$

$$Z_{x2} = \frac{I_x}{h_2}$$

Z_{x1}，Z_{x2}：x 軸に関する断面係数（mm^3）
I_x：x 軸に関する断面２次モーメント（mm^4）
h_1，h_2：x 軸から断面の最も遠い縁までの距離（mm）

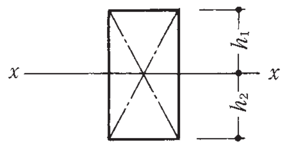


図 1.1.6

$h_1 = h_2$ の場合は，$Z_{x1} = Z_{x2}$ となる．

いま，**図 1.1.7** のような長方形の断面係数を求めてみる．

$$Z_x = \frac{\dfrac{bh^3}{12}}{\dfrac{h}{2}} = \frac{bh^3}{12} \times \frac{2}{h} = \frac{bh^2}{6}$$

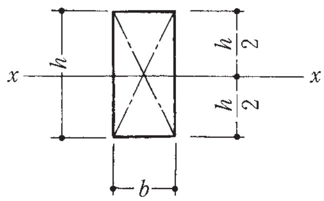


図 1.1.7

この式は記憶しておくと便利である．

(d)　断面２次半径（i）　断面２次半径は圧縮材などの座屈しにくさを示す係数で，断面２次半径が大きいほど座屈しにくい．

図 1.1.8 のような断面２次半径は次式より求まる．

重要語句　**断面係数**（Z）　**断面２次半径**（i）

(i)　x 軸に関する断面2次半径

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{bh^3}{12}}{b \times h}} = \frac{h}{2\sqrt{3}} \fallingdotseq 0.29\,h$$

(ii)　y 軸に関する断面2次半径

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{hb^3}{12}}{b \times h}} = \frac{b}{2\sqrt{3}} \fallingdotseq 0.29\,b$$

i_x：x 軸に関する断面2次半径（mm）
i_y：y 軸に関する断面2次半径（mm）
I_x：x 軸に関する断面2次モーメント（mm^4）
I_y：y 軸に関する断面2次モーメント（mm^4）
A：断面積（cm^2）

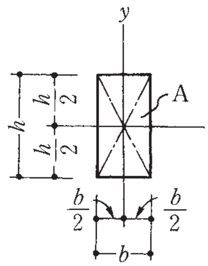


図 1. 1. 8

(e)　断面極2次モーメント（I_p）　断面極2次モーメントは断面のねじれに関係する係数で，円形，円筒形断面は，断面極2次モーメントは大きいほどねじれにくい．

図 1. 1. 9 のように，断面極2次モーメントは点についての断面2次モーメントで，点を原点（O）として直交する x 軸と y 軸についての断面2次モーメントの和で求まる．

$$I_p = I_x + I_y = \frac{bh^3}{12} + \frac{hb^3}{12} = \frac{bh(h^2+b^2)}{12}$$

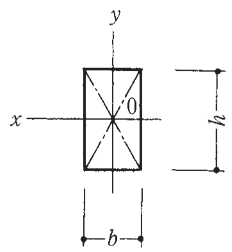


図 1. 1. 9

(f)　断面相乗モーメント（I_{xy}）　断面相乗モーメントは断面主軸の算定に関する係数で，**図 1. 1. 10** のような断面は次式で求める．

図心を通る軸に関する断面相乗モーメントが0になるような一組の直交する軸を，断面の主軸という．

$$I_{xy} = A \cdot x_0 \cdot y_0 \ (mm^4)$$

I_{xy}：断面相乗モーメント（mm^4）
x_0：図心軸から y 軸までの距離（mm）
y_0：図心軸から x 軸までの距離（mm）
A：断面積（mm^2）

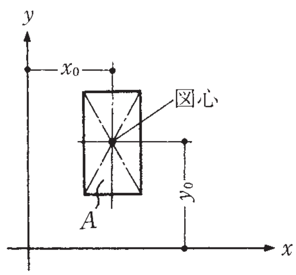
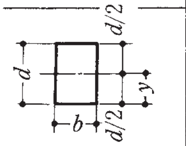
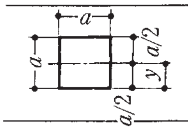
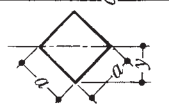
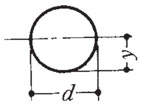
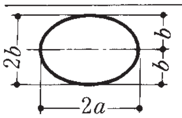
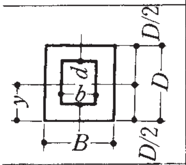
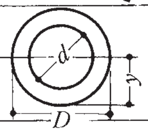
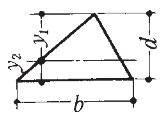


図 1. 1. 10

断面の係数について整理すると**表 1. 1. 1** のようになる．

重要語句　**断面極2次モーメント**（I_p）　**断面相乗モーメント**（I_{xy}）

表 1. 1. 1

断面の形状	断　面　積	図心の位置	図心に関する断面 2 次モーメント（x　軸）	断 面 係 数（x　軸）	断面 2 次半径（x　軸）
	A	y	I	Z	$i=\sqrt{\dfrac{I}{A}}$
	bd	$\dfrac{d}{2}$	$\dfrac{bd^3}{12}$	$\dfrac{bd^2}{6}$	$\dfrac{d}{\sqrt{12}}=0.289d$
	a^2	$\dfrac{a}{2}$	$\dfrac{a^4}{12}$	$\dfrac{a^3}{6}$	$\dfrac{a}{\sqrt{12}}=0.289a$
	a^2	$\dfrac{\sqrt{2}\,a}{2}$	$\dfrac{a^4}{12}$	$\dfrac{\sqrt{2}\,a^3}{12}$	$\dfrac{a}{\sqrt{12}}=0.289a$
	$\dfrac{\pi d^2}{4}$	$\dfrac{d}{2}$	$\dfrac{\pi d^4}{64}$	$\dfrac{\pi d^3}{32}$	$\dfrac{d}{4}$
	πab	b	$\dfrac{\pi ab^3}{4}$	$\dfrac{\pi ab^2}{4}$	$\dfrac{b}{2}$
	$BD-bd$	$\dfrac{D}{2}$	$\dfrac{BD^3-bd^3}{12}$	$\dfrac{BD^3-bd^3}{6D}$	$\sqrt{\dfrac{BD^3-bd^3}{12(BD-bd)}}$
	$\dfrac{\pi(D^2-d^2)}{4}$	$\dfrac{D}{2}$	$\dfrac{\pi(D^4-d^4)}{64}$	$\dfrac{\pi(D^4-d^4)}{32D}$	$\dfrac{\sqrt{D^2+d^2}}{4}$
	$\dfrac{bd}{2}$	$y_1=\dfrac{2}{3}d$ $y_2=\dfrac{1}{3}d$	$\dfrac{bd^3}{36}$	$Z_1=\dfrac{bd^2}{24}$ $Z_2=\dfrac{bd^2}{12}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{6}d$

1. 1. 2　応力とひずみ

（A）　応力度

材の単位断面積あたりの応力の大きさを応力度という.

（a）　垂直応力度　　**図 1. 1. 11** のように断面がそれに垂直な軸方向力を受けるときその応力度を垂直応力度といい，引張応力度を正（＋），圧縮応力度を負（－）で示す．大きさは軸方向力をその断面積で除した値で $\sigma = \pm\dfrac{P}{A}$ となる．

P：軸方向力（N），A：断面積（mm^2）

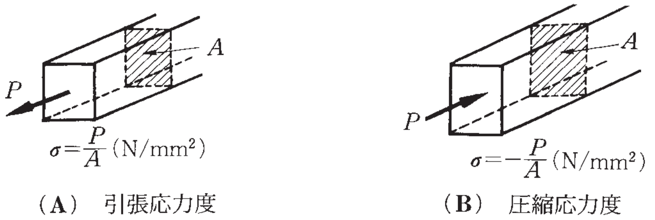


図 1. 1. 11

（b）　曲げ応力度　　**図 1. 1. 12** のように部材断面に曲げモーメントが生じると，部材断面の一方は引張られて伸び，一方は，圧縮されて縮み部材はわん曲になる．境目は引張も圧縮もない部分でその部分を中立面といい，中立面と断面の交わる線を中立軸という．このような場合にその断面に生じる応力度を曲げ応力度 σ といい，曲げモーメント M をその断面係数 Z で除して求める．

$$\boldsymbol{\sigma = \pm\frac{M}{I}y = \pm\frac{M}{Z}}$$

I：断面 2 次モーメント，Z：断面係数（長方形断面の場合 $Z = \dfrac{bh^2}{6}$）

曲げ応力度の分布は**図 1. 1. 12**（B）のように三角形状になり，中立軸から離れるに従って大きくなり縁で最大になる．これを縁応力度という．

曲げ応力度は**図 1. 1. 13** からもわかるように引張側（σ_t）と圧縮側（σ_c）に生じるが，部材が中立軸に対して対称形の場合は，$y_t = y_c$ となり σ_t と σ_c の値は等しくなる．

$\sigma_t = \sigma_c$

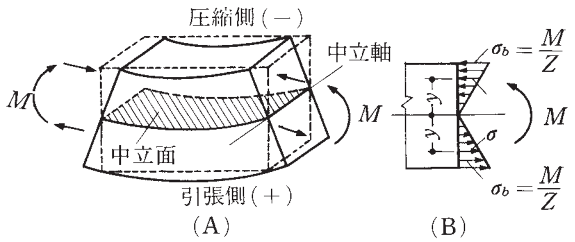


図 1. 1. 12

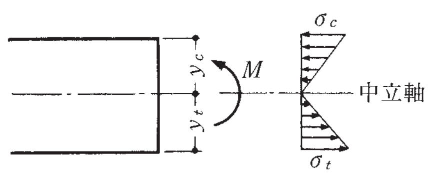


図 1. 1. 13

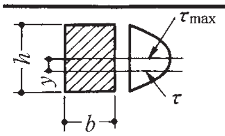
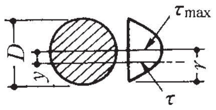
(c)　せん断応力度　　材の軸に直角に作用する力は，材をせん断しようとする．この応力度をせん断応力度といい，断面積 A，せん断応力 Q のとき，せん断応力度は，$\tau = \dfrac{Q}{A}$ で表わす．

垂直せん断力は必ず大きさの等しい水平せん断力をともなう．

はりのように曲げを伴うせん断応力度は断面の中央で最大となり，

重要語句　**垂直応力度**　　**曲げ応力度**　　**せん断応力度**

表 1.1.2

	$\tau_{\max}=\dfrac{3Q}{2bh}$ ，$\kappa=\dfrac{3}{2}$ $\tau=\dfrac{6Q}{bh^3}\left\{\left(\dfrac{h}{2}\right)^2-y^2\right\}$
	$\tau_{\max}=\dfrac{16Q}{3\pi D^2}$ ，$\kappa=\dfrac{4}{3}$ $\tau=\dfrac{4Q}{3\pi r^2}\left\{1-\left(\dfrac{y}{r}\right)^2\right\}$

$$\tau_{\max}=\kappa\frac{Q}{A}$$

で示される．κ は断面の形状による係数で**表 1.1.2** による．

（d）　主応力度　　応力が生じている部材においてせん断応力度が 0 となる断面が存在し，その面に作用する垂直応力度を主応力度という．

互いに直角をなす二つの主応力度面が存在する．

（e）　モールの円　　材の任意断面について，垂直応力度とせん断応力度との関係は一つの円で示され，この円をモールの応力円という．

x 軸，y 軸にそれぞれ σ，τ をとり，主応力 σ_x＝OA，σ_y＝OB として AB を直径とする円を描く．AB の中心 M より OA と 2α の角度をなす半径をひき円との交点を P とすれば，P より x 軸におろした垂直 PC は，主応力面と $\angle\alpha$ をなす面のせん断応力度を表わし，OC はその面の垂直応力度を表わす（**図 1.1.14**）．

ある断面の垂直応力度 σ_x，σ_y とせん断応力度 τ があたえられているとき，主応力度 σ_X，σ_Y の大きさと方向を求めることができる．OA，OB を σ_x，σ_y にとり AB の中点を M とする．A より OC に垂線を立てそのうえに AP＝τ をとり MP を半径として円を描く．σ 軸（x 軸）との交点を C，D とすれば OC＝σ_X, OD＝σ_Y となり，$\angle$CMP＝2α とすれば，α は主応力面の角を示す（**図 1.1.15**）．

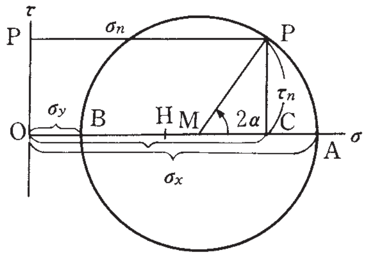


図 1.1.14

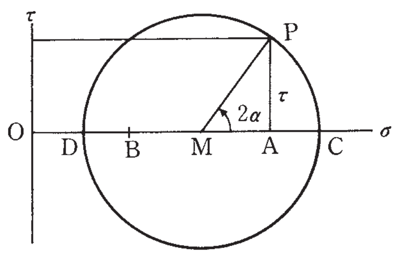


図 1.1.15

（f）　断面の核　　曲げモーメント M と軸方向力 N を受ける材の応力度は $\sigma=\pm\dfrac{N}{A}\pm\dfrac{M}{Z}$ で表わされる．

材が長方形断面で**図 1.1.16** のように材軸より e だけ偏心した軸力 P を受けるときは，$N=P$, $M=P\cdot e$ として，

$$\sigma=\frac{P}{A}\pm\frac{Pe}{Z}\text{ で表わされる．}$$

偏心した圧縮力 P を受ける場合，断面には全断面が圧縮を生ずるときと，断面の一部に引張りを生ずるときがある．

断面内に生ずる応力度が，圧縮になる P の作用点の軸跡の囲む部分を断面の核といい，長方形断面，円形断面の場合は**図 1.1.17** のようになる．

重要語句　**主応力度**

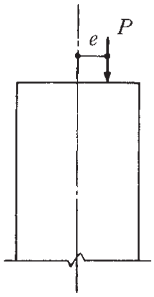
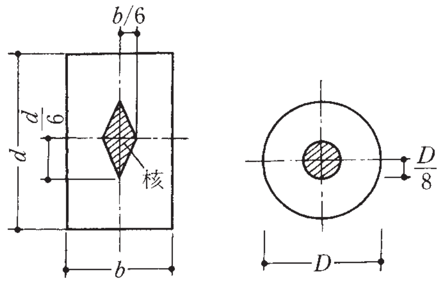


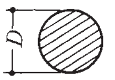
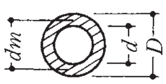
図 1.1.16



（a）長方形断面　（b）円形断面

図 1.1.17

表 1.1.3

断　面　形	断面極 2 次モーメント（Ip）
	$Ip = A_0 \dfrac{D^2}{8}$
	$Ip = A_0 \dfrac{dm^2}{4}$ （$D = d \fallingdotseq dm$ のとき）

A_0：断面積

（g）　ねじり材の応力度　　材にねじりモーメント M_t を与えると，断面の中心からの距離に比例してせん断応力度（τ）が分布し，

$$\tau = \frac{M_t}{I_p} y \text{ で表される．}$$

I_p：断面極 2 次モーメント

y：中心からの距離

表 1.1.3 のように，円形，円筒形断面は，断面極 2 次モーメントが大きくなればねじり変形は小さくなる．

（B）　ひ　ず　み

ひずみには縦ひずみと横ひずみがある．力の方向の変形（伸びまたは縮み）を Δl とし，その方向のもとの長さを l とすれば $\dfrac{\Delta l}{l}$ が縦ひずみ度になる．

力と直角の方向の長さと変形をそれぞれ d，Δd とすれば横ひずみ度 $\Delta d / d$ で表される．

（a）　ポアソン比

$$\text{横ひずみ／縦ひずみ} = \frac{\Delta d / d}{\Delta l / l}$$

縦ひずみと横ひずみの比をポアソン比という．

（b）　せん断ひずみ

図 1.1.18 のようにせん断力を受けると部材の横方向にずれを生じ，そのずれの量 ΔS をせん断ひずみ，ΔS と l との比をせん断ひずみ度という．

$$\gamma = \frac{\Delta S}{l} \text{（無名数）}$$

ΔS：せん断ひずみ

γ：せん断ひずみ度

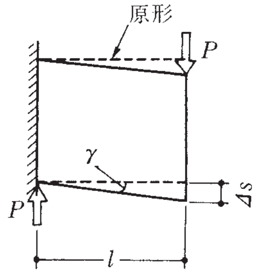


図 1.1.18

（C）　ヤング係数　　垂直応力度 σ と縦ひずみ度，または横ひずみ度 ε との比をヤング係数という．

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

1.1.3　座　屈

まっすぐな細長い材（長柱）に圧縮力が作用すると，圧縮力が小さいうちはまっすぐな状態で縮むが，さらに圧縮の大きさを増していくと，あるとき急に曲がる．この現象を「座屈」という．

重要語句　**ひずみ　　ヤング係数**

（Ａ）　弾性座屈荷重

圧縮力を生じる単一の長柱（比較的細長い部材で，弾性範囲内の応力で座屈してしまう圧縮材を長柱という）が，座屈して曲がりだし，それ以上の荷重増加に耐えられなくなるときの限界荷重を N_k で表わし，弾性座屈荷重という．

$$N_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^{\ 2}} \qquad \cdots\cdots\cdots(1)$$

E：ヤング係数　　　π：円周率

I：座屈軸についての断面２次モーメント

l_k：座屈長さ

したがって，N_k は材料の強さに無関係であって，曲げ剛性 EI に比例し，座屈長さの２乗 l_k^2 に反比例している．単一の棒状部材が座屈するときの変形は，弱軸（断面２次モーメントの最小な軸）まわりに曲がりだそうとするので，上記の式の断面２次モーメントは弱軸について考える．

（Ｂ）　弾性座屈応力度

座屈時の断面に生じている応力度を弾性座屈応力度という．これを σ_k で表わすと，式(1)から次のようになる．

$$\sigma_k = \frac{N_k}{A} = \frac{\pi^2 EI}{l_k^{\ 2} A} = \frac{\pi^2 E}{l_k^{\ 2}}\left(\sqrt{\frac{I}{A}}\right)^2 = \frac{\pi^2 E i^2}{l_k^{\ 2}} = \frac{\pi^2 E}{\left(\dfrac{l_k}{i}\right)^2} \qquad \cdots\cdots\cdots(2)$$

A：部材断面積

i：弱軸のまわりの断面２次半径（このときの弱軸を座屈軸という）

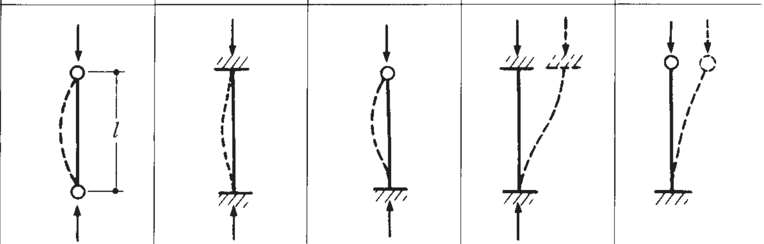
上式の $\sigma_k = \dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2}$　　ただし，$\lambda = \dfrac{l_k}{i}$　　$\cdots\cdots\cdots(3)$

したがって，細長比(λ)が大きいほど σ_k は小さくなり，座屈しやすい．

（Ｃ）　座屈長さ

（ａ）　単純な支持条件を持つ材の座屈長さ

表 1.1.4

移動に対する条件	拘束			自由	
回転に対する条件	両端自由	両端固定	1端ピン他端固定	両端固定	1端自由他端固定
座屈形					
l_K（座屈長さ） 理論値	l	$0.5l$	$0.7l$	l	$2l$

重要語句　**弾性座屈荷重　　弾性座屈応力度　　座屈長さ**

（b）　ラーメンの柱材の座屈長さ

(i)　横移動が拘束されているラーメンの柱材の座屈長さは，精算を行わない場合，座屈長さを節点間距離に等しくとることができる．

(ii)　**図 1. 1. 19** のように，横移動が拘束されていないラーメンの柱材の座屈長さは，一般に節点距離より長くなる．

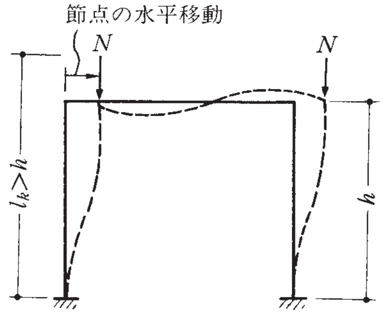


図 1. 1. 19　節点の横移動のあるラーメン

（D）　細長比の制限

細長比とは座屈軸についての断面二次半径と座屈長さとの比 $\left(\lambda = \dfrac{l_k}{i}\right)$ をいう．細長比が大きいほど座屈しやすいので，建築基準法でその値が次のように規定されている．

(i) 木材の場合，$\lambda \leqq 150$ とする．

(ii) 鋼材の場合 $\left\{\begin{array}{l} \text{圧縮材}\cdots\cdots\cdots\lambda \leqq 250 \\ \text{柱　材}\cdots\cdots\cdots\lambda \leqq 200 \end{array}\right\}$ とする．

1. 1. 4　振　動

（A）　固有周期

(a)　一質点振動系の固有周期　　**図 1. 1. 20**（A）の建築物を（B）のようにラーメンと同じ弾力のある重さのない棒で支えられた状態を考える．これに水平力を加えて δ だけたわませ，急に力を除くと，質点は棒の弾力によって A 点から C 点に戻り，さらに C 点を通過して B 点に至り，再び戻る往復運動を起こす．このような振動を「自由振動」という．AC を「振幅」，AB 間往復するのに要する時間を「周期」という．建築物の振動周期は建築物ごとにそれぞれ固有の値をもっているので，「固有周期」と呼んでいる．

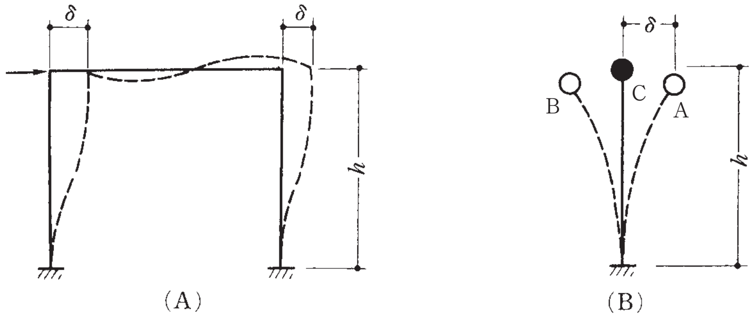


図 1. 1. 20

（B）図のような一質点振動系の固有周期を理論的に求めると下式となる

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad \cdots\cdots\cdots(4)$$

T：固有周期 (秒)，m：質量 (kg)，K：バネ定数 (単位の水平変位を起こすのに必要な力 kN/mm)

重要語句　**細長比**　　**固有周期**

上式で $m = \dfrac{W}{g}$（W：重量(kN)，g ：重力の加速度(980 cm/sec^2)）であるから，次の式が得られる．

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{W}{g \cdot K}} = 2\pi\sqrt{\frac{\delta}{g}} = 0.2\sqrt{\delta}\ （秒） \qquad \cdots\cdots\cdots(5)$$

δ ：振動方向に建築物の自重に等しい力Wを加えたときのたわみ

（b）　多層建築物の固有周期　　多層の建築物の固有周期は，その層の数に相当するだけある．たとえば，2階建なら二つ，3階建なら三つある．**図 1.1.21** において，振幅が零になっている箇所を節という．数字は節を示している．不動点である根本には必ず節が一つある．節の数が一つある振動形を1次振動モードという．n 箇あればn 次振動モードという．一般に，1次振動モードの固有周期（1次固有周期）が一番長く，次数が増加するにつれて固有周期は短くなる．

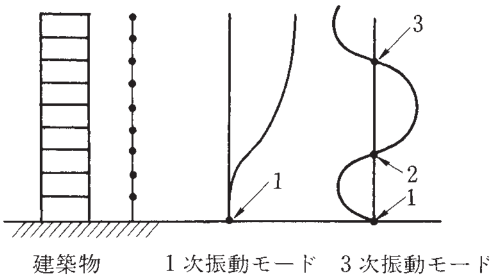


図 1.1.21

多層建築物の1次固有周期期は下式から求める

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ 鉄筋コンクリート\cdots\cdots T = 0.02\,h\ （秒）\\ \bullet\ 鉄骨造\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots T = 0.03\,h\ （秒）\end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots(6)$$

h：地盤面からの高さ（m）

なお，建築物に作用する地震力を求めるときは，固有周期の最も長い一次振動を対象にしている．

地震や建物の中で機械を運転する場合のように，外から力を受けながらゆれているものを「強制振動」という．このときの外力の周期と建築物の固有周期が同じ場合は，いわゆる共振現象を起こし，わずかな力でも大きくゆれるので，一致しないように設計することが必要である．

（c）　強制振動

地震などで地動が加わった場合の振動のように外力を受けながら振動することを強制振動という．

建築物の固有周期が地盤の固有周期と一致すると共振現象を起こし，わずかな地動でも大きくゆれる．とくに風による振動は地震に比べて長周期であるので，共振現象を防止するには，水平剛性を高くし，建築物の固有周期を短くする必要がある．

1.1.5　地震応答スペクトル

振動には，変位，加速度（力），速度があり，これらは固有周期（T）によって変化する．さまざまな周期における変位，加速度，速度の最大値を，横軸に周期をとってならべたものを応答スペクトルという．

応答スペクトルは**図 1.1.22** のように振動の減衰により変化し，減衰が大きいとその値は小さくなる．

鉄筋コンクリート造と鉄骨造を比べると鉄筋コンクリート造の方が減衰は大きくなる．

重要語句　**1次固有周期**

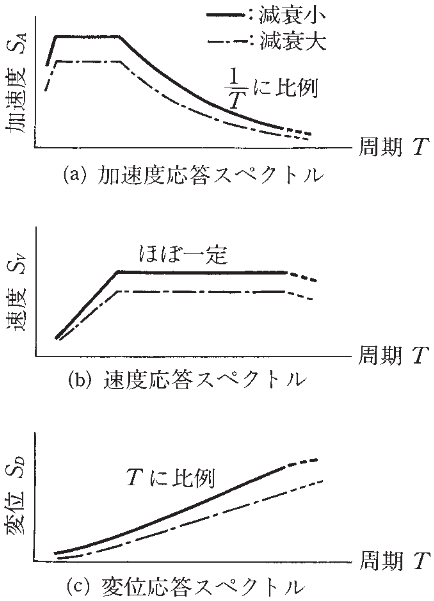


図 1. 1. 22　応答スペクトルの基本的な性質

- 加速度応答スペクトルは周期（T）が長くなると小さくなる.
- 速度応答スペクトルは長周期成分ではほぼ一定.
- 変位応答スペクトルは周期（T）が長くなると大きくなる.

例　題

解答と解説

【No.　1】

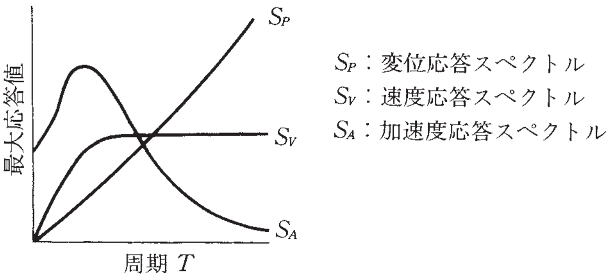
地震時における建築物の振動に関する次の記述のうち，**最も不適当な**ものはどれか．

1.　地震動の変位応答スペクトルは，一般に，周期が長くなるほど小さくなる．
2.　建築物の固有周期は，質量が同じ場合，水平剛性が大きいものほど短くなる．
3.　建築物の一次固有周期は，一般に，二次固有周期に比べて長い．
4.　鉄筋コンクリート造建築物の内部粘性減衰の減衰定数は，一般に，鉄骨造の建築物に比べて大きい．

（R3 No.7）

【対策】 1.　地震動の変位応答スペクトルは，周期 T が長くなると大きくなる．また加速度応答スペクトルは小さくなり，速度応答スペクトルはあまり変化はしない傾向にある．

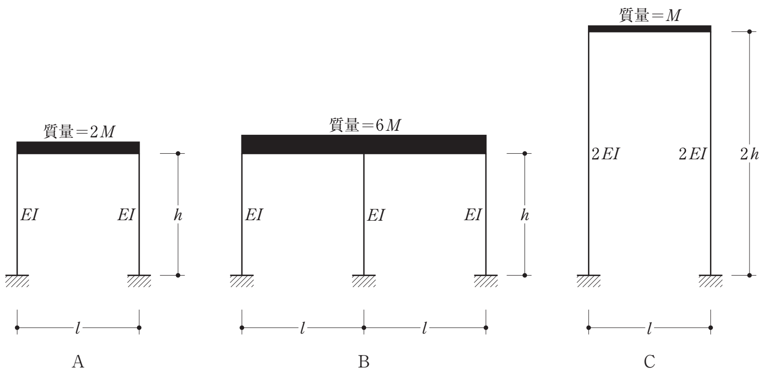
解答　1



【No.　2】

図のようなラーメン架構 A，B 及び C の水平方向の固有周期をそれぞれ T_A，T_B 及び T_C としたとき，それらの大小関係として，**正しい**ものは，次のうちどれか．ただし，柱の曲げ剛性は図中に示す EI あるいは $2EI$ とし，梁は剛体とする．また，柱の質量は考慮しないものとする．

1.　$T_A < T_B = T_C$
2.　$T_B < T_A < T_C$
3.　$T_B = T_C < T_A$
4.　$T_C < T_A < T_B$



（R4 No.7）

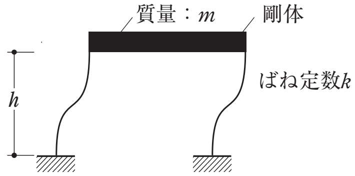
【対策】 固有周期 T は，次式より求める．

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

m ：質量　　k ：ばね定数．建築物については層の水平剛性をいう．

両端固定の柱の水平剛性 K は，次式になる．

$$K = \frac{12EI}{h^3} \qquad EI：柱の曲げ剛性 \quad h：柱の長さ$$



② 各ラーメンの水平剛性を求める．

$$K_{\mathrm{A}} = \frac{12EI}{h^3} \times 2\ （同じ柱2本分） = 4K_{\mathrm{C}}$$

$$K_{\mathrm{B}} = \frac{12EI}{h^3} \times 3\ （同じ柱3本分） = 6K_{\mathrm{C}}$$

$$K_{\mathrm{C}} = 12 \times \frac{2EI}{(2h)^3} \times 2\ （同じ柱2本分） = \frac{1}{4} \times \frac{12EI}{h^3} \times 2$$

③ 固有周期の大小関係を求める．

$$T_{\mathrm{A}} = 2\pi\sqrt{\frac{2M}{4K_{\mathrm{C}}}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.5M}{K_{\mathrm{C}}}}$$

$$T_{\mathrm{B}} = 2\pi\sqrt{\frac{6M}{6K_{\mathrm{C}}}} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K_{\mathrm{C}}}}$$

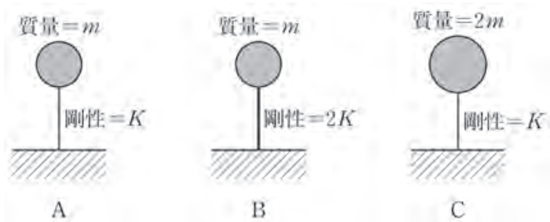
$$T_{\mathrm{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K_{\mathrm{C}}}}$$

ゆえに $T_{\mathrm{A}} < T_{\mathrm{B}} = T_{\mathrm{C}}$

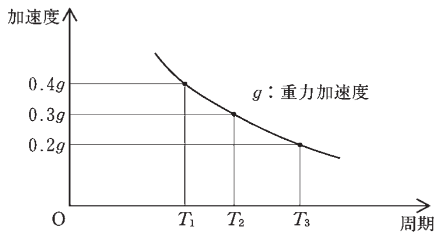
解答　1

【No.　3】

図－1のような頂部に質量 m 又は $2m$ をもち，剛性が K 又は $2K$ の棒A，B，Cにおける固有周期はそれぞれ T_A，T_B，T_C である．それぞれの棒の脚部に図－2に示す加速度応答スペクトルをもつ地震動が入力されたとき，棒に生じる最大応答せん断力が Q_A，Q_B，Q_C となった．Q_A，Q_B，Q_C の大小関係として，**正しい**ものは，次のうちどれか．ただし，T_A，T_B，T_C は図－2の T_1，T_2，T_3 のいずれかに対応し，応答は水平方向であり，弾性範囲内とする．



図－1



図－2

1. $Q_A < Q_B = Q_C$
2. $Q_B < Q_A = Q_C$
3. $Q_B < Q_C < Q_A$
4. $Q_C < Q_B < Q_A$

（H28 No.6）

【対策】

棒に生ずる応答せん断力 Q は，次式から求める．

$Q = m \times \alpha$ ……………………………………①

m ：集中質量　　α ：棒の脚部の応答加速度

1）棒 A，B，C の応答加速度 α を求める（図－2）．

各棒の固有周期 T の大小関係から，応答加速度を決定する．

棒の固有周期 T は，次式から求める（図－1）．

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

$\pi \fallingdotseq 3.14$　　m ：集中質量　　K ：水平剛性

● $T_A = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

● $T_B = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2K}}$

$= 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}} \times \sqrt{\dfrac{1}{2}}$

$= 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

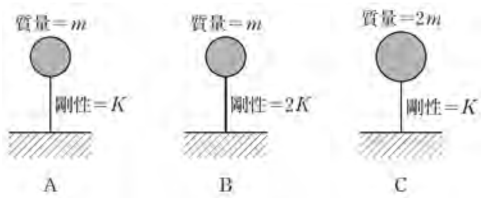
● $T_C = 2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{K}}$

$= 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}} \times \sqrt{2}$

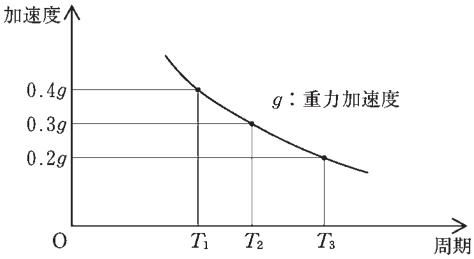
$T_A : T_B : T_C = 1 : \dfrac{1}{\sqrt{2}} : \sqrt{2}$

$= \sqrt{2} : 1 : 2$

したがって，$T_C > T_A > T_B$ となる．



図－1



図－2

求めた棒の固有周期の大小関係と図－2 における周期の大小関係を結び付ける．

T_1 は棒 B の固有周期，T_2 は棒 A の固有周期，T_3 は棒 C の固有周期となる．

各棒の応答加速度 α は，次のように求められる．

棒 A の応答加速度 $\alpha_A = 0.3\,g$

棒 B の応答加速度 $\alpha_B = 0.4\,g$

棒 C の応答加速度 $\alpha_C = 0.2\,g$

2）棒 A，B，C の応答せん断力 Q を求める．

$Q_A = m_A \times \alpha_A = m \times 0.3g = 0.3mg$

$Q_B = m_B \times \alpha_B = m \times 0.4g = 0.4mg$

$Q_C = m_C \times \alpha_C = 2m \times 0.2g = 0.4mg$

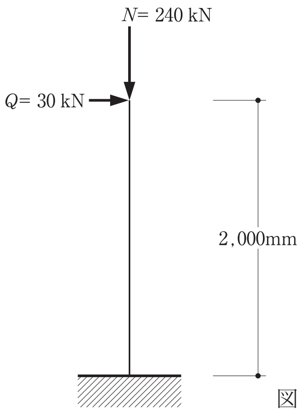
ゆえに　$Q_A < Q_B = Q_C$

解答　1

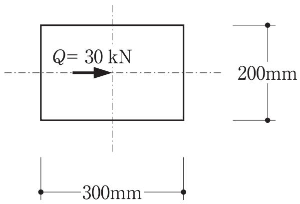
【No.　4】

図－1のように，脚部で固定された柱の頂部に，鉛直荷重N及び水平荷重Qが作用している．柱の断面形状は図－2に示すような長方形断面であり，N及びQは断面の図心に作用しているものとする．柱脚部断面における引張縁応力度，圧縮縁応力度及び最大せん断応力度の組合せとして，**正しい**ものは，次のうちどれか．ただし，柱は全長にわたって等質等断面の弾性部材とし，自重は無視する．また，引張応力度を「＋」，圧縮応力度を「－」とする．

	引張縁応力度 (N/mm²)	圧縮縁応力度 (N/mm²)	最大せん断応力度 (N/mm²)
1．	＋16	－24	0.50
2．	＋16	－24	0.75
3．	＋26	－34	0.50
4．	＋26	－34	0.75



図－1



図－2

（R3 No.1）

【対策】

① A点の応力を求める．

$N_A = -240\text{ kN} = 240000\text{ N}$

$= -24\times10^4\text{ N}$（圧縮力）

$M_A = 30\text{ kN}\times2000\text{ mm}=60000\text{ kNmm}$

$= 6\times10^7\text{ Nmm}$

$Q_A = 30\text{ kN} = 30000\text{ N}$

② 断面積，Y軸に関する断面係数（Z_Y）を求める．

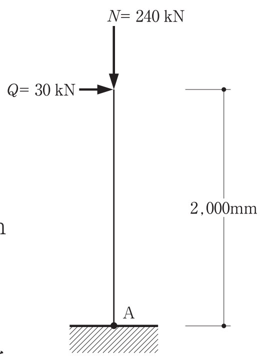
断面積 $= 200\text{ mm}\times300\text{ mm}=60000\text{ mm}^2$

$Z_Y = 200\text{ mm}\times(300\text{ mm})^2/6 = 3\times10^6\text{ mm}^3$

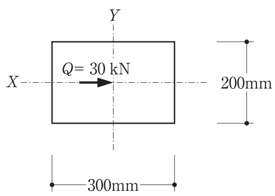
③ A点の応力度を求める．

・圧縮応力度 ＝ －圧縮力/断面積

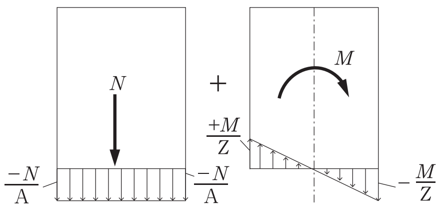
$= -240000\text{ N}/60000\text{ mm}^2 = -4\text{ N/mm}^2$



図－1



図－2



圧縮応力度　曲げ応力度

・曲げ応力度 = 曲げモーメント/断面係数 = 6×10^7 Nmm/3 $\times10^6$ mm^3 = ±20 N/mm^2

＊圧縮縁応力度 = 圧縮応力度＋圧縮側曲げ応力度 = −4 N/mm^2＋(−20 N/mm^2)
= −24 N/mm^2

＊引張縁応力度 = 圧縮応力度＋引張側曲げ応力度 = −4 N/mm^2＋(＋20 N/mm^2) = ＋16 N/mm^2

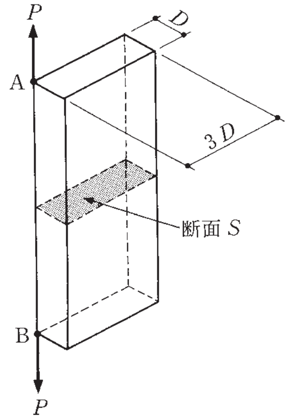
・最大せん断応力度 = 1.5×せん断力/断面積 = 1.5×30000 N/60000 mm^2
= 0.75 N/mm^2

解答　2

【No.　5】

図のような長方形断面材のA点及びB点に荷重Pが作用している場合，線分ABに垂直な断面Sに生じる「引張応力度の最大値」と「圧縮応力度の最大値」との組合せとして，**正しい**ものは，次のうちどれか．ただし，長方形断面材は等質等断面であり，線分ABは断面寸法に比べて十分に長いものとする．

	引張応力度の最大値	圧縮応力度の最大値
1.	$\frac{5P}{3D^2}$	$\frac{P}{D^2}$
2.	$\frac{2P}{D^2}$	$\frac{2P}{D^2}$
3.	$\frac{7P}{3D^2}$	$\frac{5P}{3D^2}$
4.	$\frac{3P}{D^2}$	$\frac{7P}{3D^2}$
5.	$\frac{13P}{3D^2}$	$\frac{11P}{3D^2}$



(H14)

【対策】　①　中心荷重Pによる引張応力度

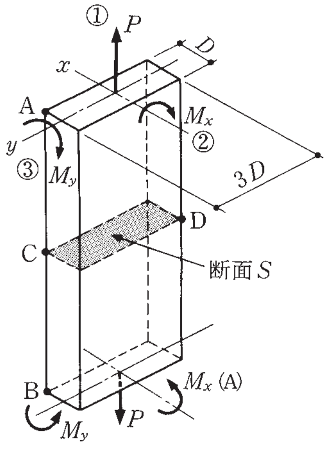
$$\frac{P}{\text{断面積}} = \frac{+P}{3D^2}$$

②　M_xによる曲げ応力度

$$\frac{M_x}{x\text{軸に関する断面係数}} = \frac{P\times\frac{3}{2}D}{\frac{D\times(3D)^2}{6}} = \pm\frac{P}{D^2}$$

③　M_yによる曲げ応力度

$$\frac{M_y}{y\text{軸に関する断面係数}} = \frac{P\times\frac{D}{2}}{\frac{3D\times D^2}{6}} = \pm\frac{P}{D^2}$$



・引張応力度の最大値（C点の応力度）

$$\frac{P}{3D^2}+\frac{P}{D^2}+\frac{P}{D^2} = \frac{7P}{3D^2}$$

・圧縮応力度の最大値（D点の応力度）

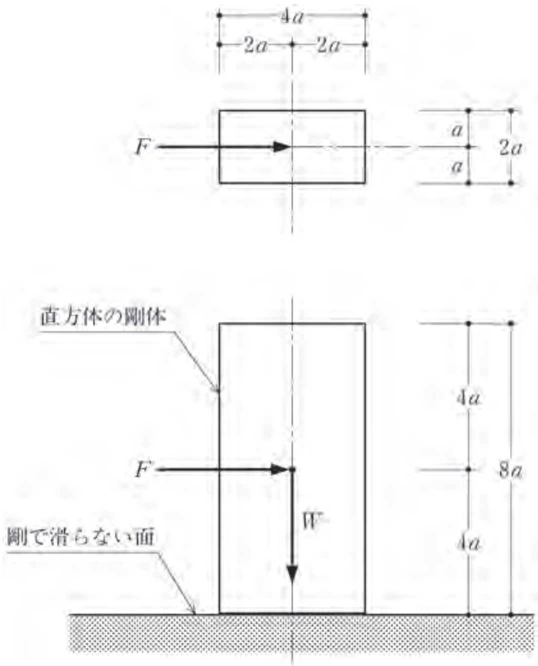
$$\frac{P}{3D^2}-\frac{P}{D^2}-\frac{P}{D^2} = \frac{-5P}{3D^2}$$

解答　3

【No.　6】

図のような剛で滑らない面の上に置いてある剛体の重心に漸増する水平力が作用する場合，剛体が浮き上がり始めるときの水平力 F の重力 W に対する比 $\alpha = \left(\dfrac{F}{W}\right)$ の値として，**正しい**ものは，次のうちどれか．ただし，剛体の質量分布は一様とする．

1.　0.25
2.　0.50
3.　0.75
4.　1.00



（H27　No.6）

【対策】

＊転倒に対する安全の検討

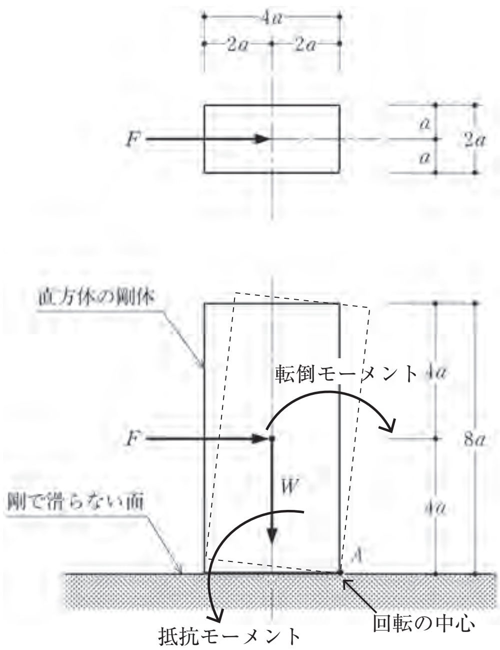
A 点において，W によるモーメントが P によるモーメントより大きいと転倒においては安全であるが，逆に小さくなると転倒が生じる．

A 点において

- F による転倒モーメント $= 4a \times F$
- W による抵抗モーメント $= 2a \times W$

$4aF = 2aW$　　$2F = W$

$$\therefore \frac{F}{W} = \frac{1}{2} = 0.5$$

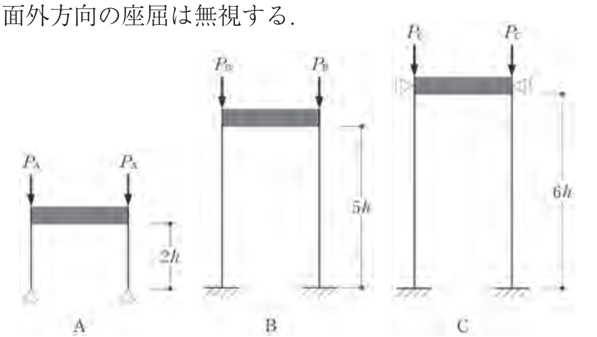


解答　2

【No.　7】

図のような構造物 A，B，C の柱の弾性座屈荷重をそれぞれ P_A，P_B，P_C としたとき，それらの大小関係として**正しい**ものは，次のうちどれか．ただし，全ての柱は等質等断面で，梁は剛体であり，柱及び梁の自重，柱の面外方向の座屈は無視する．

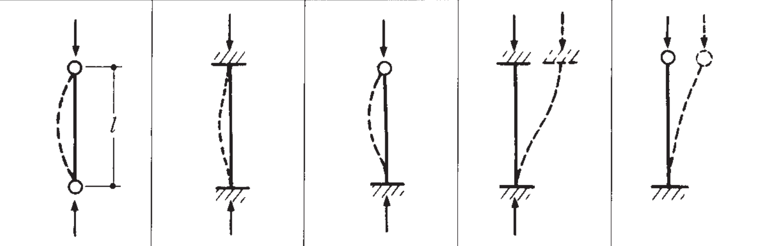
1. $P_A > P_C > P_B$
2. $P_B > P_A > P_C$
3. $P_C > P_A > P_B$
4. $P_C > P_B > P_A$



（H29　No.6）

【対策】

・支持条件を持つ材の座屈長さは下の表のようになる．

移動に対する条件		拘　束			自　由	
回転に対する条件		両端自由	両端拘束	1端自由他端拘束	両端拘束	1端自由他端拘束
座屈形						
l_K（座屈長さ）	理論値	l	$0.5l$	$0.7l$	l	$2l$

・A の座屈長さは　　$l_{KA} = 2h \times 2l = 4h$

・B の座屈長さは　　$l_{KB} = 5h \times 1 = 5h$

・C の座屈長さは　　$l_{KC} = 6h \times 0.5l = 3h$

＊座屈長さが短いほど，座屈をおこし難いので座屈荷重は大きくなる．

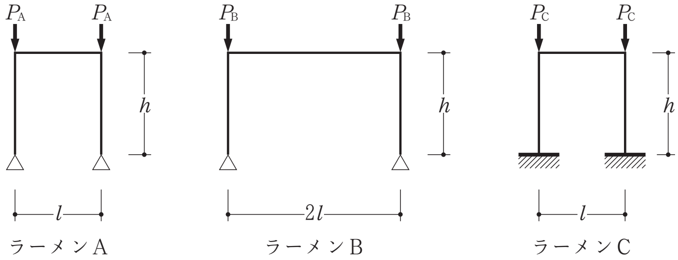
∴座屈荷重の大小関係は　$P_C > P_A > P_B$

解答　3

【No. 8】

図のようなラーメン A，ラーメン B 及びラーメン C の柱の弾性座屈荷重をそれぞれ P_A，P_B 及び P_C としたとき，これらの大小関係として，**正しい**ものは，次のうちどれか．ただし，全ての柱及び梁は等質等断面の弾性部材であり，「柱及び梁の重量」及び「柱の面外方向の座屈及び梁の座屈」については無視するものとする．

1. $P_A = P_C > P_B$
2. $P_B > P_A > P_C$
3. $P_C > P_A = P_B$
4. $P_C > P_A > P_B$



（R2　No.6）

【対策】

①弾性座屈荷重 P_K を求める．

$$P_K = \frac{\pi^2 EI}{l_K^2}$$

題意により，π，E，I は一定なので P_K の大小関係は座屈長さ l_K により決まり，座屈長さ lK が小さいほど，弾性座屈荷重 P_K は大きくなる．

②座屈長さ l_K を求める．

ラーメン A，B　　　　　一端（柱脚）ピン他端固定（移動自由）

$l_{KA} = l_{KB} = 2 \times h = 2h$

ラーメン C　　　　　両端固定（移動自由）

$l_{KC} = h$

ラーメン A，B の梁が完全な剛体であれば l_{KA}，l_{KB} が等しく，弾性座屈荷重 P_K も理論的には等しくなるが，梁は剛体ではないので，固定度を比較する．

③ラーメン A，B の剛節点の固定度を比較する．

ラーメン A 梁の剛度は　$\dfrac{I}{l}$

ラーメン B 梁の剛度は　$\dfrac{I}{2l}$

ラーメン B 梁の剛度が小さいので固定度も小さくなり，座屈長さ（l_{KB}）は理論値より長くなる．

ゆえに，弾性座屈荷重も P_A より P_B のほうが小さくなる．

$\therefore P_C > P_A > P_B$

解答　**4**

【No.　9】

中心圧縮力を受ける正方形断面の長柱の弾性座屈荷重 P_{e} に関する次の記述のうち，**最も不適当な**ものはどれか．ただし，柱は全長にわたって等質等断面とする．

1.　P_{e} は，正方形断面を保ちながら柱断面積が 2 倍になると 4 倍になる．
2.　P_{e} は，柱材のヤング係数が 2 倍になると 2 倍になる．
3.　P_{e} は，柱の材端条件が「両端ピンの場合」に比べて「一端自由他端固定の場合」のほうが大きくなる．
4.　P_{e} は，柱の材端条件が「一端ピン他端固定の場合」に比べて「両端ピンの場合」のほうが小さくなる．

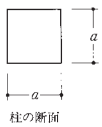
（R3　No.6）

【対策】　3. 柱の材端条件が「両端ピンの場合」に比べて「一端自由他端固定の場合」のほうが座屈長さが長くなるので，弾性座屈荷重 P_{e} は小さくなる．

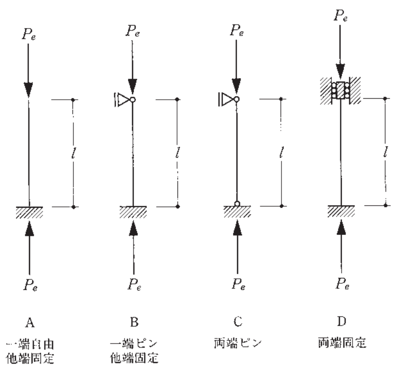
解答　**3**

【No.　10】

中心圧縮力が作用する図－1 のような正方形断面の長柱の弾性座屈荷重 P_e に関する次の記述のうち，**最も不適当な**ものはどれか．ただし，柱は全長にわたって等質等断面とし，柱の長さ及び材端条件は図－2 の A から D とする．



図－1



図－2

1.　P_e は，柱の材端条件が，A の場合より B の場合のほうが大きい．
2.　P_e は，柱の材端条件が，C の場合より D の場合のほうが大きい．
3.　P_e は，柱の材端条件が，C の場合より A の場合のほうが大きい．
4.　P_e は，柱の幅 a の四乗に比例する．

（H24）

【対策】 $P_e=\dfrac{\pi^2 EI}{l_k^{\ 2}}$　　P_e の大小は $\dfrac{1}{l_k^{\ 2}}$ を比較すればよい．

- $l_{KA}=2l$
- $l_{KB}=0{\cdot}7l$
- $l_{KC}=l$
- $l_{KD}=0{\cdot}5l$

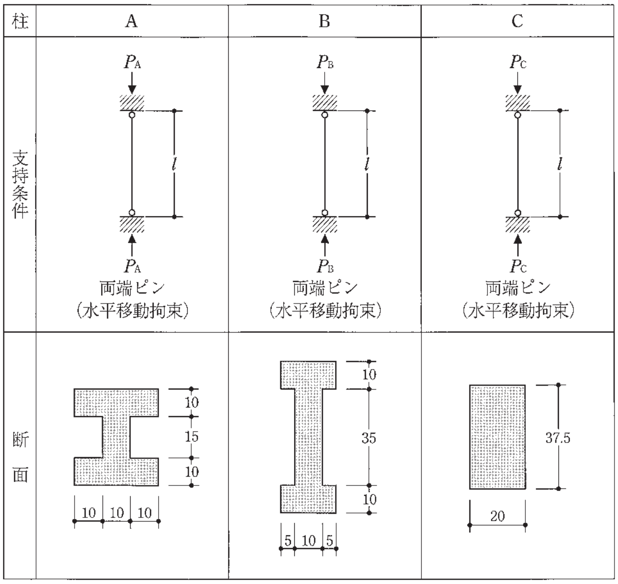
(3)　P_e は，柱の材端条件が，C の場合より A の場合のほうが小さい．p.9 表 1. 1. 4.

解答　**3**

【No. 11】

図のような支持条件及び断面で同一材質からなる柱 A，B，C において，中心圧縮の弾性座屈荷重の理論値 P_A，P_B，P_C の大小関係として，**正しい**ものは，次のうちどれか．ただし，図中における寸法の単位は cm とする．

1. $P_A > P_C > P_B$
2. $P_B > P_A > P_C$
3. $P_B > P_C > P_A$
4. $P_C > P_A > P_B$



（H21）

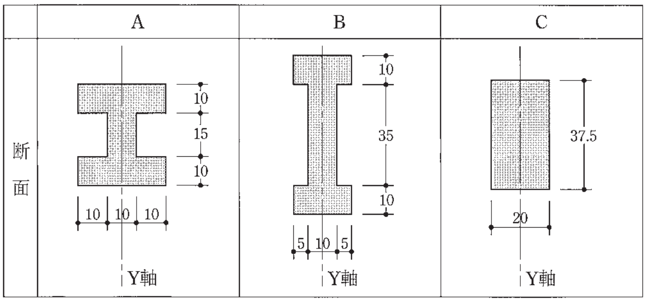
【対策】　長柱の弾性座屈荷重 P_e は，下式より求める．

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{l_k^{\,2}}$$

E：ヤング係数　　I：弱軸に関する断面2次モーメント　　l_k：座屈長さ

題意により，l_k，E は一定なので，P_k は I に比例する．

I は Y 軸（弱軸）に関する値をとる．



$$I_A = \frac{10\times(30)^3}{12}\times 2 + \frac{15\times(10)^3}{12} = \frac{555{,}000}{12}\ (\mathrm{cm}^4)$$

$$I_B = \frac{10\times(20)^3}{12}\times 2 + \frac{35\times(10)^3}{12} = \frac{195{,}000}{12}\ (\mathrm{cm}^4)$$

$$I_C = \frac{37.5\times(20)^3}{12} = \frac{300{,}000}{12}\ (\mathrm{cm}^4)$$

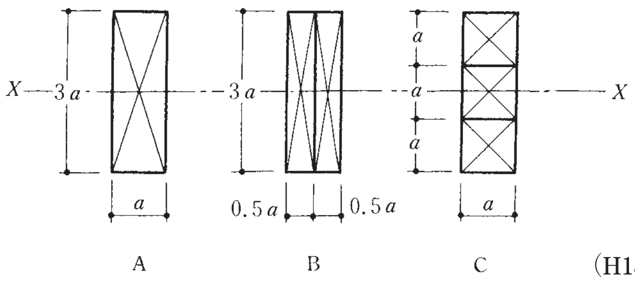
ゆえに，$P_A > P_C > P_B$

解答　1

【No. 12】

図のような断面をもつ製材（木材）の梁A，B，Cの X 軸まわりの曲げ強さの大小関係として，**正しい**ものは，次のうちどれか．ただし，すべての梁の材質，支持条件及びスパンは同一とし，梁B及びCを構成する部材は，それぞれ相互に接合されていないものとする．

1. A ＝ B ＝ C
2. A ＝ B ＞ C
3. A ＞ B ＝ C
4. A ＝ C ＞ B
5. C ＞ A ＞ B



（H18）

【対策】　曲げ強さの大小関係は部材の断面係数を比較するとよい．

$$Z_A = \frac{a\times(3a)^2}{6} = \frac{9a^3}{6}\qquad Z_B = \frac{0.5a\times(3a)^2}{6}\times 2 = \frac{9a^3}{6}\qquad Z_C = \frac{a\times(a)^2}{6}\times 3 = \frac{3a^3}{6}$$

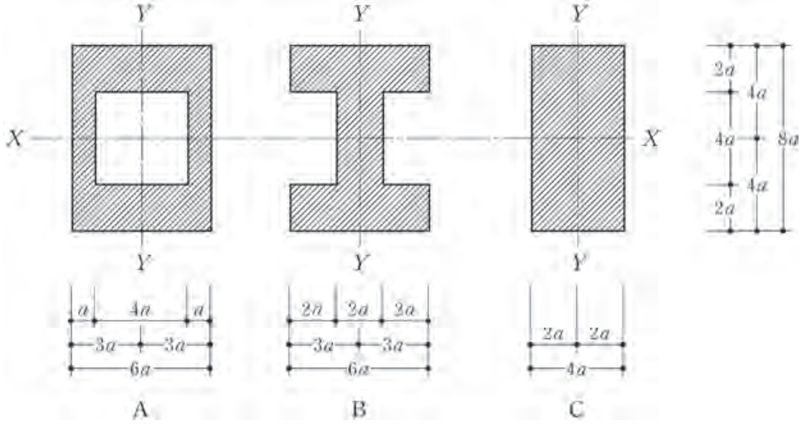
$$Z_A = Z_B > Z_C$$

ゆえに，曲げ強さの大小関係は　　A ＝ B ＞ C

解答　2

【No. 13】

図のような面積が等しい断面A，B及びCのX軸まわりの断面二次モーメントをそれぞれI_{xA}，I_{xB}及びI_{xC}とし，Y軸まわりの断面二次モーメントをそれぞれI_{yA}，I_{yB}及びI_{yC}としたときの大小関係の組合せとして，**正しい**ものは，次のうちどれか．



	X軸まわり	Y軸まわり
1．	$I_{xA}=I_{xB}=I_{xC}$	$I_{yA}>I_{yB}>I_{yC}$
2．	$I_{xA}=I_{xB}=I_{xC}$	$I_{yA}>I_{yC}>I_{yB}$
3．	$I_{xA}=I_{xB}>I_{xC}$	$I_{yA}>I_{yB}>I_{yC}$
4．	$I_{xA}=I_{xB}>I_{xC}$	$I_{yA}>I_{yC}>I_{yB}$

（H27　No.1）

【対策】

$$I_{xA}=\frac{6a\times(8a)^3}{12}-\frac{4a\times(4a)^3}{12}=\frac{2816a^4}{12}$$

$$I_{xB}=\frac{6a\times(8a)^3}{12}-\frac{4a\times(4a)^3}{12}=\frac{2816a^4}{12}$$

$$I_{xC}=\frac{4a\times(8a)^3}{12}=\frac{2048a^4}{12}$$

$$\therefore\ I_{xA}=I_{xB}>I_{xC}$$

$$I_{yA}=\frac{8a\times(6a)^3}{12}-\frac{4a\times(4a)^3}{12}=\frac{1472a^4}{12}$$

$$I_{yB}=\frac{4a\times(6a)^3}{12}+\frac{4a\times(2a)^3}{12}=\frac{896a^4}{12}$$

$$I_{yC}=\frac{8a\times(4a)^3}{12}=\frac{512a^4}{12}$$

$$\therefore\ I_{yA}>I_{yB}>I_{yC}$$

解答　3

1. 2　構造力学

1. 2. 1 力のつりあい

（A）　力，偶力，モーメント

（a）　力　　静止している物体を運動させたり，運動中の物体の方向，速さを変える作用を力という．

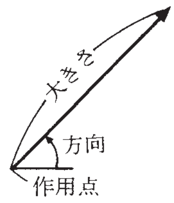


図 1. 2. 1

1）　力は，**図 1. 2. 1** に示すように大きさ，方向，作用点の 3 要素からなる．

2）　剛体に作用する力は，作用線上を移動しても効果は変わらない．

3）　剛体に作用する同一線上の二つの力が，向きが反対で同じ大きさをもつとき，力はつりあっていて，何らの影響を及ぼさない．

（b）　モーメント　　**図 1. 2. 2** に示すように力が A 点に対して回転の効力をもっているとき，その効力をモーメントという．

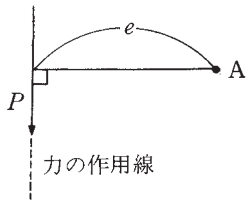


図 1. 2. 2

$M = p \cdot e$

p：力の大きさ，e：A 点から P の作用線までの垂直距離で表わす．

（c）　偶　　力　　**図 1. 2. 3** のように方向が反対で大きさが等しく平行な二つの力を偶力といい，偶力が任意点に及ぼすモーメントは，

$M = p \cdot e$ で表わされる．

p：偶力の大きさ，e：偶力間の距離

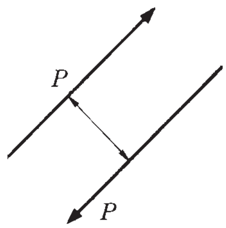


図 1. 2. 3

（B）　力の分解・合成

力を分解したり合成したりするには，平行四辺形と対角線の関係を利用する．

（a）　力の分解　　**図 1. 2. 4** において OA を OB，OC の方向に分解するには，任意の点 o より OA に平行線 oa を引き oa＝OA にとる．

次に oc // OC，ca // CA になるように c をきめれば oc，ca は OA の oc 方向分力，OB 方向分力である．

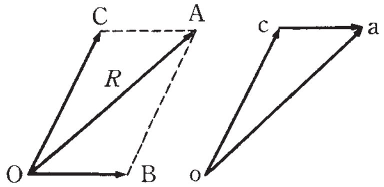


図 1. 2. 4

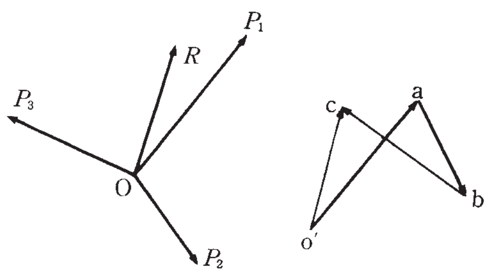


図 1. 2. 5

（b）　力の合成

(i)　図式による方法

1 ）　**図 1. 2. 5** に示すように共通の作用点をもつ場合 ó より ó a // OP_1，óa＝OP_1 になるように a をとる．a より ab // OP_2，ab＝OP_2 になるように b をとる．b より bc // OP_3，bc＝OP_3 になるよう

重要語句　**モーメント　　力の合成　　力の分解**

に c をとる．OR // o′c，OR＝o′c になるように R をとれば OR が合力の大きさを表わす．o′abco′の示す多角形を示力図という．

2 ） 作用点が一致しない場合　　P_1，P_2，P_3，P_4 の合力 R を求めるには，まず**図 1. 2. 6**（B）に示すように示力図 abcde を描く．次に任意の o 点から極線 I Ⅱ Ⅲ Ⅳ Ⅴ をひく．P_1 上の任意の点 A から始めて極線 I，Ⅱ に平行線をひく．A 点を通り極線 Ⅱ に平行な線と P_2 との交点を B とし，B から極線 Ⅲ に平行な線をひいて P_3 との交点を C とする．以下同じことを繰り返し，最後の力 P_n と $n-1$ 番目の極線の平行線との交点から最後の極線の平行線をひく．この線と A 点を通り極線の平行線との交点を s とすれば，合力は s を通り，ae が大きさを表わす．

mABCDn……を連力図という．

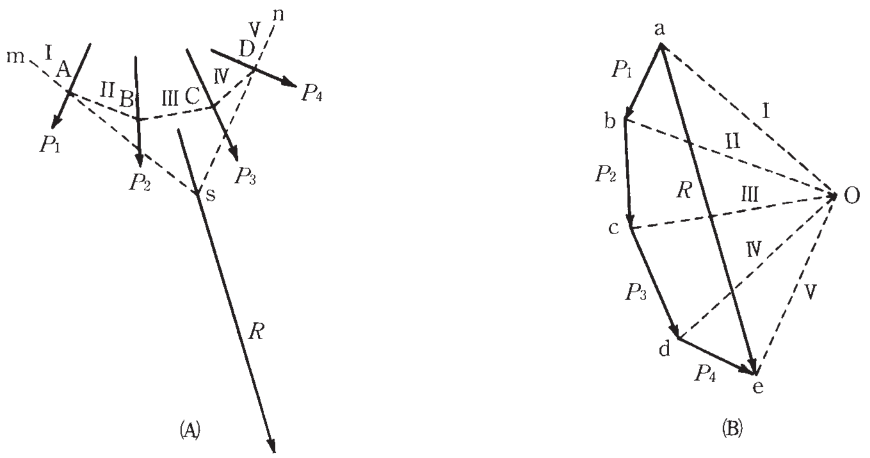


図 1. 2. 6

(ii)　代数解法

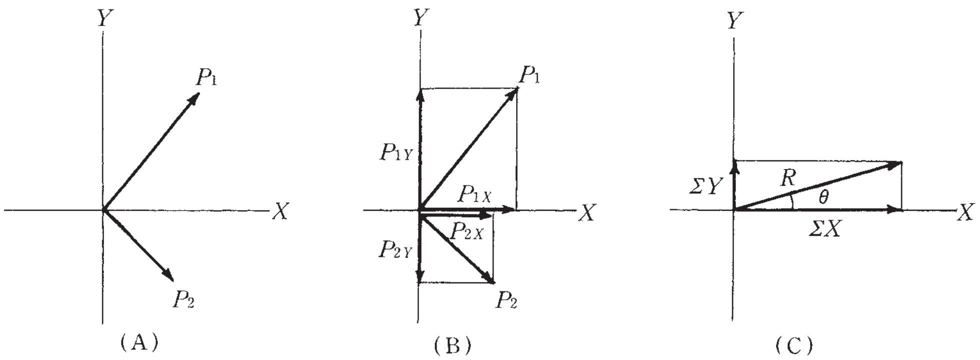


図 1. 2. 7

図 1. 2. 7（A）による P_1，P_2 の合力を求めるにはまず図（B）のように分解して X 軸方向の分力の合計 ΣX と Y 軸方向の合計 ΣY を求める．

$$\Sigma X = P_{1X}+P_{2X},\quad \Sigma Y = P_{1Y}-P_{2Y}$$

次に図（C）のように ΣX，ΣY の三平方の定理を用いて合力し，合力 R を求める．

$$R = \sqrt{(\Sigma X)^2+(\Sigma Y)^2}$$

また，合力 R の角度 θ は次の式で与えられる．

$$\tan\theta = \frac{\Sigma Y}{\Sigma X}$$

（C） 力のつりあい

1） 図式条件：示力図，連力図による力の矢印が閉合する場合，力はつりあう．

2） 算式条件：合力が 0 になり，任意の点に対する力のモーメントの総和が 0 になる場合力はつりあう．

$$\Sigma \mathrm{X} = 0$$
$$\Sigma \mathrm{X} = 0$$
$$\Sigma \mathrm{X} = 0 \text{（任意の点に対して）}$$

1.2.2 骨　組

（A） 骨　組

剛節点：材端に M（曲げモーメント），Q（せん断力），N（軸方向力）を生ずる節点を剛節点という（**図 1.2.8**（A））．

滑節点（ピン）：材端に Q（せん断力），N（軸方向力）を生じ，M（曲げモーメント）を生じない節点を滑節点という（**図 1.2.8**（B））．

（A） 剛節点の記号

（B） 滑節点（ピン）の記号

図 1.2.8

（a） 節点による分類

表 1.2.1

骨　組	節　点
トラス	節点が全部ピンの直線部材よりなる骨組をトラスという
ラーメン	節点が全部剛節点の直線部材よりなる骨組をラーメンという
合成ラーメン	節点にピンと剛節点を混用する，直線部材からなる骨組を合成ラーメンという

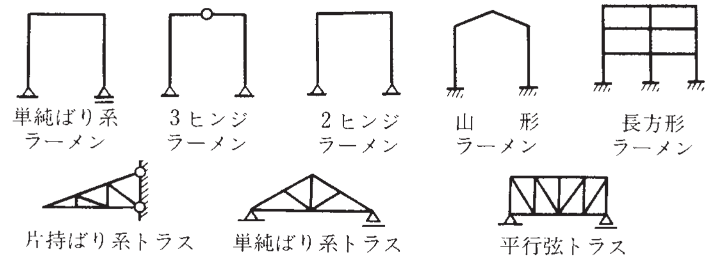
（b） 形状による分類

表 1.2.2

骨　組	部　材
はり	片持ばり，単純ばり，固定ばり，連続ばりなど支点にのった直線横架材をはりという  片持ばり　単純ばり　固定ばり　連続ばり
アーチ	曲線部材で構成される骨組をアーチという  3ヒンジアーチ　2ヒンジアーチ　固定アーチ

重要語句　力のつりあい　曲げモーメント（M）　せん断力（Q）　軸方向力（N）　節点　ラーメン　トラス　アーチ

（表 1.2.2 つづき）

トラス，ラーメン	直線部材で構成される骨組をトラスまたはラーメンという 

（c）　応力による分類

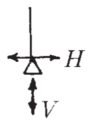
表 1.2.3

骨　　組	応　　　　力
ラ ー メ ン	曲げモーメント，せん断力，軸方向力
ト　ラ　ス	軸方向力
ア　ー　チ	軸方向圧縮力

（B）　支　　点

反力：外力に対して支点に生ずる支持力を反力といい，H（水平反力），V（垂直反力），M（支持モーメント）の 3 種類の反力がある．

表 1.2.4

支点の種類	記　　　号	反　　　力
移動端（ローラ）		V（垂直）
回転端（ピ　ン）		H(水平)，V（垂直）
固　定　端		H,　V,　M （水平）（垂直）（回転）

（C）　安定，静定

（a）　安定，不安定

表 1.2.5

安 定 構 造 物	応力支持力が力のつりあいを満足する骨組を安定な骨組という
不安定構造物	応力支持力が力のつりあいを満足しない骨組を不安定な骨組という

重要語句　支点　　不安定　　安定　　静定

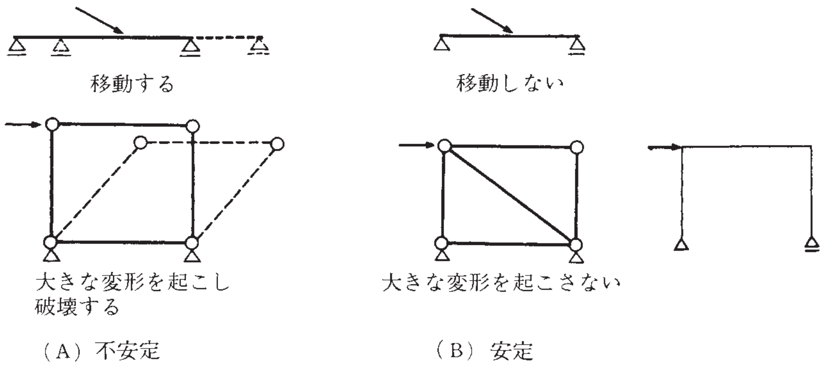
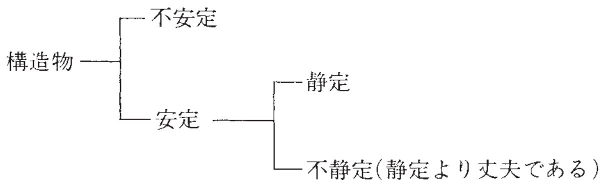


図 1.2.9

（b） 静定，不静定　安定構造物を静定構造物と不静定構造物に分ける．

表 1.2.6

静定構造物	力のつりあい条件式だけで反力が求められる構造物を静定構造物という
不静定構造物	力のつりあい条件式だけでは反力が求められない構造物を不静定構造物という



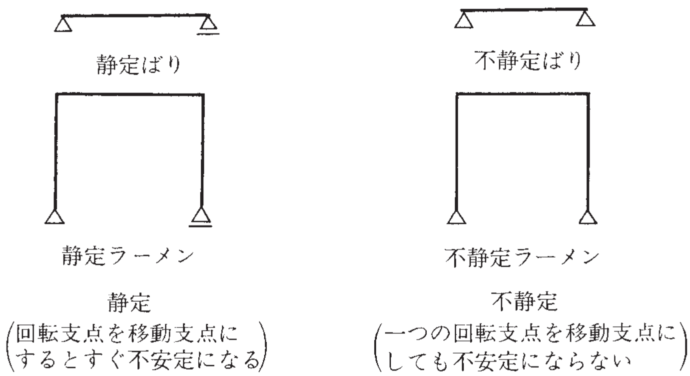


図 1.2.10

（c） 判　別　安定，不安定，静定，不静定の判別は下式による．

$$m = n + r + s - 2k < 0 \quad \text{不安定}$$

$$\left.\begin{aligned} &= 0 \quad \text{静　定} \\ &> 0 \quad \text{不静定} \end{aligned}\right\} \text{安定}$$

$m > 0$ の場合 m は不静定次数を表わす．

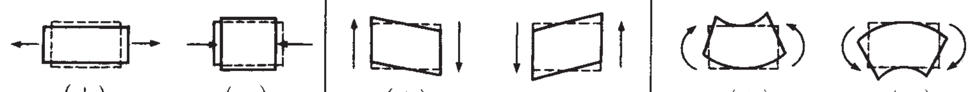
重要語句　**静定**　**不静定**

n：反力の総数，s：部材の数，r：剛節点において一つの部材と剛節接合している部材数，
k：節点と支点の和（自由端も数える）

1.2.3　静定構造物の応力

（A）　応力の種類

構造物に荷重が作用すると，それらとつりあうように支点には反力が生じる．これらの荷重および反力を外力という．外力によって骨組の各部材は，伸び・縮み，ずれ，曲げなどの変形作用を受ける．このとき，部材の各部分において**図 1.2.11** のように，大きさが等しく，向きが相反する一対の力または力のモーメントが生じている．この一対の力または力のモーメントを応力（内力）という．



変形と応力	（+）伸び　（−）縮み	（+）（−）ずれ	（+）（−）曲がり
	引張力（+）（圧縮力（−））	せん断力	曲げモーメント
記号	N（単位 N・kN）	Q（単位 N・kN）	M（単位 N・m kN・m）

図 1.2.11

（B）　静定ばりの応力

静定ばりには，移動端と回転端の2点によって支持される単純ばりと，一つの固定端によって支持される片持ばりとがある．

片持ばりの応力は，自由端側から順次求めることができる．しかし，単純ばりの場合には応力を求めるため2分したいずれの側にも支点が含まれるため，先に反力を求め，それも荷重と同様に外力として扱い，これらとつりあうように応力を求める．

図 1.2.12 に示すように単純ばりに集中荷重が作用するときの応力を求めると次のようになる．

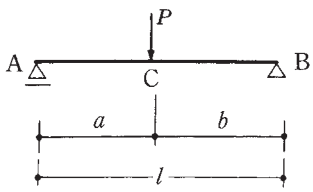


図 1.2.12

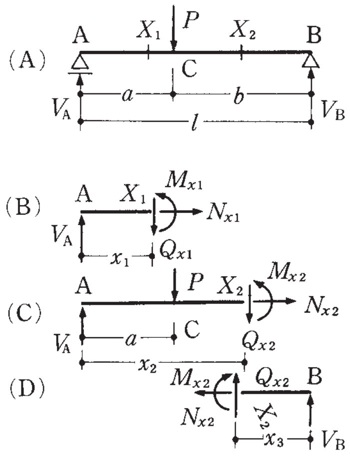


図 1.2.13

単純ばりの応力を求める場合，先ず反力 V_A，V_B を求め，それから応力を求める．

反力計算

$$\Sigma M_B = 0 \qquad \therefore \quad V_A \times l - P \times b = 0 \qquad \therefore \quad V_A = P \cdot b/l$$

$$\Sigma Y = 0 \qquad V_A + V_B - P = 0 \qquad \therefore \quad V_B = P - V_A = P \cdot a/l$$

$$\Sigma X = 0 \qquad H_B = 0$$

重要語句　**応力の種類**　**静定ばり**