

〈この章で学ぶべきこと〉

本章では、海岸工学が、津波・高潮、海岸侵食などの自然災害からの人命の防護、空港や港の整備による海岸空間の利用、海洋プラスチックの移流特性の検討などの自然環境の保全について、これまでに社会に貢献してきた事例の概要を示す。さらに、海岸環境を構成する生物的・物理的・化学的な要素について概説する。

〈学習目標〉

- 海岸工学が社会に果たしてきた工学的な役割が理解できる
- 海岸環境を構成する生物的・物理的・化学的な要素を説明できる

1章 序論

1.1 海岸環境工学とは

海岸工学は土木工学の1つの分野として、1940年代から現在までに波浪の発達状況、浅海域と構造物周辺での波浪変形、海岸侵食と漂砂などについての自然現象の発生機構を解明し、技術開発をすることで持続的な海岸環境を創出することに貢献してきた。国土面積の約7割が急峻な山岳地であり、海岸線の総延長が約3,400kmにおよび人間生活の場を形成する経済や文化などの営みの大部分が沿岸域でなされている我が国では、沿岸域における環境を将来にわたり維持して開発することが極めて重要である。海岸環境工学は、自然災害から人命を防護することに加えて、海岸の自然環境を保全することも実行しなければならない。したがって、海岸環境工学は持続可能な海岸環境を創造するためには必要な学術分野である。

我が国には自然環境の豊かな国土の沿岸域が多く存在する。そのため、自然災害による影響も大きく、1959年9月に和歌山県に上陸した伊勢湾台風は風速の増加に伴って、潮位が上昇し、愛知県に接近した時点における名古屋港の検潮記録は約3.5mとなり、中部地方では甚大な被害が発生した。2011年3月には東日本大震災での大規模な津波被害の発生により、巨大津波の来襲に対しては津波防波堤などのハード対策の限界を補う、防災教育などのソフト対策の重要性が明白となり、安全性の向上に配慮した災害対策の整備が実施された。このように自然災害から人命を防護するために、海岸工学は海岸で発生する災害に対する防災技術の開発に、工学的に重要な役割を果たしてきた。

海岸工学は1970年代には海岸線の利用、防災技術の開発、大規模な埋立、発電所の計画などに伴う沿岸域の波と流れの特性把握が必要となり、大規模工事の施工により、経済の高度成長に大きく寄与した。1980年代は、沿岸域の自然環境の変化に対して、海岸環境の変化を数値的に予測することにより、海岸工学の研究成果は大きく自然環境を改善した。1990年代からは、人間生活の快適性を海岸域に求めたウォーターフロント開発、親水性のある海岸域の開発についても積極的に研究がなされ、海岸環境の保全をさらに発展させた空間の創造が行われた。2000年以降、海岸工学分野では津波や海岸侵食などのような自然外力に基づく現象に加えて、海洋プラスチックゴミの流動、海洋生物の生息場環境、温室効果ガスの海洋吸収などの人間生活に伴う海岸環境の変化に対して、課題解決のために精力的に研究が行われている。自然環境の保全に対する社会からの要請に対して、海岸工学は防災と利用の観点のみならず、環境保全についても長期間にわたり研究を発展させるために、先進的な研究を実施して社会における課題を解決している。そして、その過程において、研究による成果を技術の開発・進化に反映させている。

本書においての海岸環境工学とは、人間生活の自然災害からの防護と海岸空間の利用を図りながら、海岸の自然環境を保全するための持続可能な開発を実行しなければならないという考え方を基本としている。次節に海岸環境を構成する種々の要素について述べる。

1.2 海岸環境の構成要素

海岸の環境は、さまざまな要素によって構成されている。はじめに、地形についての環境には、砂浜や岩場、湾などがあげられ、これらの地形は生態系や景観を構成する重要な要素である。一方、海岸における自然についての環境には、海の特徴である波や潮汐、潮流などだけでなく、藻場やサンゴ礁、塩性湿地などを生息地とする生態系があげられる。また、海岸における社会的な環境としては、海岸開発に関連する港湾や防波堤ばかりでなく、観光やレクリエーション利用、自然環境の保護などがあげられる。以下では、特に海岸の地形と自然に関する環境についての問題を記述する。

1.2.1 海岸の地形的特徴について

海岸の地形についての特徴としては、海と陸地が接する海岸線を挟んで、海側には干潟や岩礁帯、浅海域などがある。一方、陸側に目を向けると、前浜や後浜、海岸砂丘や海食崖などが広がっている。ここでは、これらの項目のいくつかについて簡単に説明し、詳細については第6章にて述べる。

海と我々が生活をしている陸地との接する場所が海岸であり、それらを結んだところが海岸線となる。この海岸線は、常にその位置や形態が変化するのが特徴である。時間的スケールが小さい場合には汀線と同義語となる。一方、国土地理院による日本の地形図上では、満潮時の陸地と海面との境界を海岸線としている。

干潟とは潮間帯に存在する湿地のことであり、底質の構成によってその特性が変わる。また、岩礁帯とは水中に隠れている岩のことであり、船舶の航行には注意が必要な場所である。

前浜とは、干潮時の汀線から満潮時の汀線までの範囲である。そこから陸側を後浜といい、一般的に砂浜と呼ばれている部分に相当する。その背後には海岸砂丘や海食崖など、崖が存在する場所もある。

1.2.2 海岸域の環境について

海岸域には砂浜や干潟、岩礁など、多様な地形的特徴があることから、さまざまな生態系を有することが知られている。干潟には、数多くの生物が存在するだけでなく、その場所に生物的・物理的・化学的な浄化機能を有していることが大きな特徴である。岩礁帯には、さまざまな貝類や魚類など、多様な生物が生息場としており、多くの魚類の産卵場としても利用されている。また、大型海草類が繁茂することにより海中林を形成する場所もある。

一方、あまり生物が生息していないように見られる砂浜にも、確実に生態系は存在する。例えば、砂浜にはスナガニやハマダンゴムシなど小型の生物が存在するばかりでなく、海岸において線状に漂着している海草類や動物などは、陸生の生物によって利用されるとともに、栄養の供給源としても重要な役割を果たしている。

これらの環境において、海陸間の連続性の減少が懸念されている。一般に、エコトーンとは推移帯と呼ばれるエリアであり、陸域と水域の境界となる水際を指し、湖沼や河川において良く用いられるキーワードであるが、巨視的に見れば砂浜もエコトーンの1つとして考えられる。砂浜生態系というエコトーンの多様性を維持するためには、異なる生態系間で栄養塩や有機物・餌等の移入が重要であるが、周辺構造物や地形の変化などにより、これらの連続性が途絶えることが問題になると考えられる。

1.2.3 海岸域の環境問題

東京湾や有明海などの内湾域では、沿岸部開発に伴う干潟や藻場の消失や、富栄養化による水環境の悪化、赤潮や青潮、また貧酸素水塊の発生などの水質問題などが環境問題としてあげられるが、いずれも閉鎖的な内湾域における問題であり、外海の海岸部では生じにくい事項ばかりである。一方、そのような海岸部においても、構造物の設置による環境変化や漂着物による汚染等の環境問題は存在する。

1) 構造物設置による環境変化

海岸侵食とは、波や流れの作用により砂浜が侵食され、汀線が陸側に移動する現象のことであり、日本の外海に面した多くの砂浜海岸で問題となっている。最近の日本では毎年 1.6 km^2 程度、国土が失われていると報告されており¹⁾、国土保全のみならず、周辺住民の安全や防災などの観点からも重要な問題である。海岸侵食は、供給土砂量と流出土砂量のバランスが崩れることにより起こり、その原因は治山事業やダムの建設、沿岸部での構造物設置に伴う沿岸漂砂の遮断などがあげられる。海岸侵食により、砂浜生物の生息場所が減少すれば、それらの生存に影響を与えることになるばかりでなく、生態系の質の劣化が懸念される。

2) 漂着物

昔から、日本各地の海岸においてさまざまな漂着物が打ち上げられているが、2000 年以降になると、漂着物にプラスチック製品が占める割合が多くなっていると報告されている²⁾。これらの漂着物は景観を悪化させるだけでなく、砂浜の環境や砂浜生物の生息域を脅かすこととなる。漂着物には、プラスチック製品だけでなくゴム、木材など、種類や起源はさまざまである。さらに、場所によっては漂着するゴミが他国由来である場合もあり、漂着物は国際的な環境問題でもある。表 1.1 に千葉県における海岸漂着物組成調査の結果を示す。同表より、多種多様の漂着物が確認されていることが分かるとともに、場所により組成比が大きく異なることが分かる。例えば、布引海岸（富津市）では、自然物を除いた組成比で木材が $2 / 3$ 程度を占める割合であるが、九十九里海岸（旭市）では、プラスチックが $3 / 4$ 程度を越える割合であることが分かる。多くのプラスチックゴミは自然環境下で劣化し、波や熱などの外力により細かく砕けて小さな破片となる。小さな破片のうち、直径 5 mm 以下の破片をマイクロプラスチックと呼ぶ。多くのプラスチックゴミが漂着していることを踏まえると、砂浜には潜在的にマイクロプラスチックが存在していると考えられる。このマイクロプラスチックには、ポリ塩化ビフェニル (PCB) やダイオキシンなど、残留性有機汚染物質 (POPs) を海水中から吸着することが知られている。

表 1.1 千葉県における海岸漂着物組成調査の結果³⁾

分類名	布引海岸（富津市）			九十九里海岸・中谷里（旭市）		
	重量/kg	組成比	(参考) 自然物を除いた組成比	重量/kg	組成比	(参考) 自然物を除いた組成比
プラスチック	5.970	0.3%	11.3%	0.902	38.2%	77.8%
発泡スチロール	0.079	0.0%	0.1%	0.002	0.1%	0.2%
ゴム	0.239	0.0%	0.5%	0.016	0.7%	1.4%
ガラス, 陶器	0.492	0.0%	0.9%	0	0.0%	0.0%
金属	1.181	0.1%	2.2%	0.219	9.3%	18.9%
紙, ダンボール	0	0.0%	0.0%	0.002	0.1%	0.2%
天然繊維, 革	9.184	0.4%	17.4%	0.015	0.6%	1.3%
木（木材等）	35.500	1.6%	67.4%	0	0.0%	0.0%
電化製品, 電子機器	0.038	0.0%	0.1%	0	0.0%	0.0%
その他	0.020	0.0%	0.0%	0.004	0.2%	0.3%
自然物	2196.220	97.7%	—	1.200	50.8%	—
合計	2248.923			2.360		

これらの物質は生物体内に蓄積しやすいことから、食物連鎖による生物濃縮が懸念されるため、発生の抑制や環境中の POPs による汚染状況の把握などが必要である。

引用・参考文献

- 1) 田中茂信, 小荒井衛, 深沢満: 地形図の比較による全国の海岸線変化, 海岸工学論文集, 40, pp 416-420, 1993.
- 2) <https://www.env.go.jp/press/108800.html>
- 3) <https://www.pref.chiba.lg.jp/shigen/kaigan/documents/monitoring-summary-r04.pdf>

〈この章で学ぶべきこと〉

本章では、波の基本的な性質を知るために、海の波の形状の定義、水深や周期の変化に伴う波の分類について説明する。微小振幅表面波の理論に基づいて波速や波長を求める方程式を導出するとともに、波動運動に基づく水粒子の軌道、波群の移動速度と波のエネルギーなどについて学習する。

〈学習目標〉

- 海の波について相対水深に基づいて分類でき、波速や波長を算定できる
- 群速度や波のエネルギーについて理解できる

2章 波の基本的な性質

2.1 波の基本諸量と波の分類

2.1.1 波の基本量

海で波の形状を量で知るために、波高、周期、波長などの定義が必要となる。

図 2.1 に示すように、波高 H は波形の最高水位の波峰と最低水位の波谷の間の鉛直距離である。波長 L は相続く波峰（または波谷）間の水平距離である。周期 T は海面上の固定点を相続く 2 つの波峰または波谷が通過するのに要する時間である。水面波形が正弦関数で与えられる時、 x の正方向に進行する波は式 (2.1) で与えられる。

$$\zeta = \frac{H}{2} \sin \left(\frac{2\pi}{L} x - \frac{2\pi}{T} t + \varepsilon \right) = a \sin(kx - \sigma t + \varepsilon) \quad (2.1)$$

ここに、 ζ は水面変位、 a は振幅 $H/2$ 、 k は波数 $2\pi/L$ 、 σ は角周波数 $2\pi/T$ である。波の x 方向への進行速度は波速 C で表し、波長と周期を用いて $C = L/T$

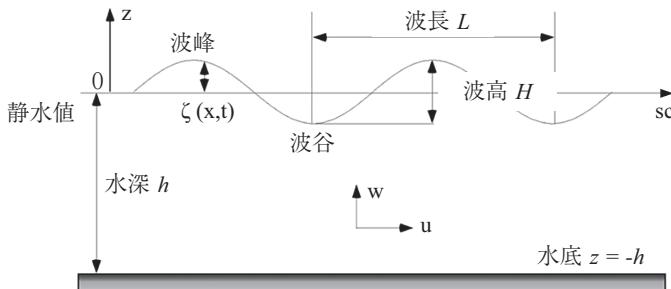


図 2.1 波の諸元の定義

となる。波形勾配は H/L と波高と波長の比で表現され、波の尖度を示す。波形勾配が小さい時に波は緩やかな形状となり、大きい時に波峰は尖る形状となる。相対水深は水深と波長の比の h/L で定義される無次元量であり、波を水深により分類する指標となる。

2.1.2 波の分類

相対水深 h/L により波は、深海波と浅海波、長波（極浅海波）に分類できる。

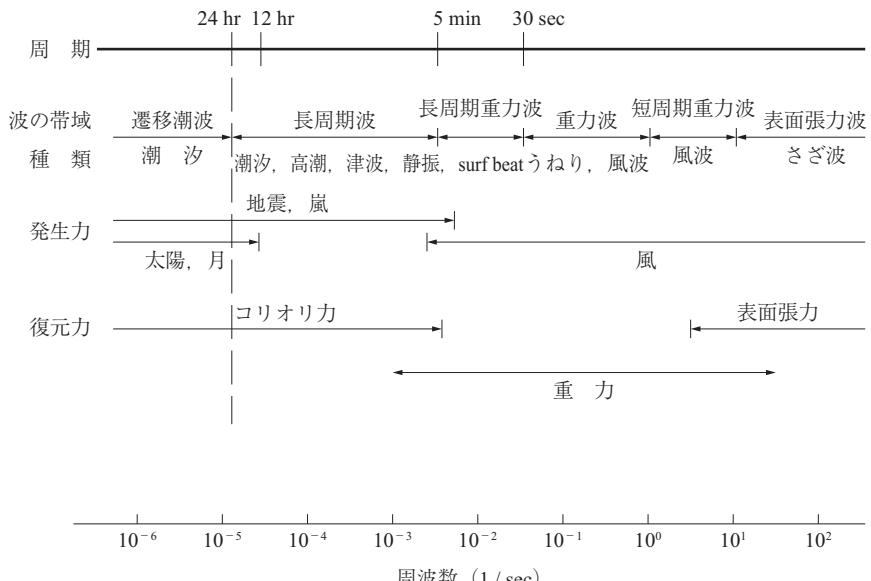
$h/L > 1/2$ の時 深海波

$1/2 \geq h/L > 1/25$ の時 浅海波

$1/25 \geq h/L$ の時 長波（極浅海波）

深海波は水粒子が海底面の影響を受けることなく、長波（極浅海波）では水粒子は水面から海底面までほぼ等しい水平運動をするため海底面の影響を強く受ける。深海波と長波の間の水深を進行する波が浅海波である。

また、波は周期や周波数を用いても分類できる。図 2.2 に示すように、波動は周期により、表面張力波と重力波に大別できる。表面張力波は周期が最も短い波の運動であり、復元力として表面張力が重力に比べて大きく支配される波である。重力が復元力となり周期が 30 s 程度までの波は重力波といい、吹送する風に伴い発生し、風波とうねりからなる。周期が 30 s 程度以上の波は長周期波であり、波長が長いため波形勾配が小さい。

図 2.2 波の分類¹⁾

2.2 微小振幅表面波

微小振幅表面波理論における波の物理量の式を導出することは、深海波から長波における波の基本的特性を理解する基礎となる。図 2.1 の座標系のように、 x 軸を波の進行方向に、静水面を原点として鉛直上方向に z 軸とする。 xz 平面の 2 次元非回転であり、渦なしであるとすると速度ポテンシャル ϕ が存在する。 x, z 方向の速度をそれぞれ u, w とすると、

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (2.2)$$

オイラーの連続式は、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

式 (2.2) を式 (2.3) に代入すると、式 (2.4) のラプラスの方程式を得る。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.4)$$

ラプラスの方程式を解くための境界条件を考える。圧力方程式または拡張されたベルヌーイの式は式(2.5)で与えられ、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + gz + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} + \frac{p}{\rho} = F(t) \quad (2.5)$$

水面変位を ζ とすると水面での圧力は大気圧 p_0 に等しいので、 $z = \zeta$ において $p = p_0 = 0$ より、式(2.6)となる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\zeta + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} = 0 \quad (2.6)$$

式(2.6)を水面に対する力学的境界条件という。

図2.3において、時刻 t から $t + \Delta t$ での水粒子の変位は、水平方向に $u\Delta t$ 、鉛直方向に $w\Delta t$ であり、鉛直距離 $w\Delta t$ は $AD + DC$ であるから、 AD と DC をそれぞれ求めると、

AD は Δt 間の水面変位 $\frac{\partial \zeta}{\partial t} \Delta t$ 、 DC は $\tan \angle CBD = \frac{DC}{u\Delta t}$ となり、変形した $DC = u\Delta t \tan \angle CBD$ は $DC = u\Delta t \frac{\partial \zeta}{\partial x}$ となるから、 $w\Delta t = \frac{\partial \zeta}{\partial t} \Delta t + u\Delta t \frac{\partial \zeta}{\partial x}$ より、 $w = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x}$ を得る。速度ポテンシャルを用いて表すと、

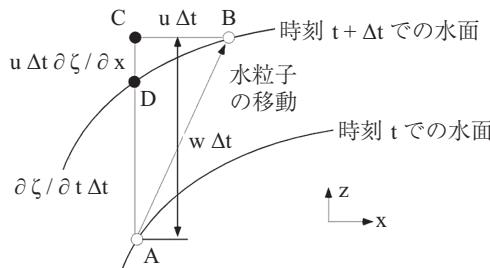


図2.3 運動学的条件の説明

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (2.7)$$

$z = \zeta$ において式(2.7)は成立し、同式は水面上の粒子は常に水面上に存在することを意味し、運動学的境界条件と呼ばれる。

$z = -h$ での鉛直流速成分はゼロになる。

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (2.8)$$

式(2.4)を力学的境界条件の式(2.6)、運動学的条件の式(2.7)、海底での鉛直流速成分の式(2.8)の条件を用いて解く。

ここで、以下に示す線形波である微小振幅表面波の3つの性質を考える。

- ① 水面変動量 ζ が大変小さい
- ② 波動運動が緩やかで、速度の2乗項が無視できる
- ③ 水面勾配量 $\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)$ が小さく、速度との積は微小である

式(2.6)は性質①、②を用いて、

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad z = 0 \quad (2.9)$$

式(2.7)は性質①、③を用いて、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad z = 0 \quad (2.10)$$

となる。ラプラスの方程式を解くために、 x の正の方向に進行する波の運動を考え、

$$\phi = Z(z) \sin(kz - \sigma t) \quad (2.11)$$

と仮定する。

式(2.11)をラプラスの方程式に代入すると、

$$\sin(kx - \sigma t) \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} - \sin(kx - \sigma t) k^2 Z = 0$$

$$\sin(kx - \sigma t) \left\{ \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} - k^2 Z \right\} = 0$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} - k^2 Z = 0$$

上式の一般解は、式 (2.12) となる。

$$Z = A e^{kz} + B e^{-kz} \quad (2.12)$$

式 (2.12) を式 (2.11) に代入すると、

$$\phi = (A e^{kz} + B e^{-kz}) \sin(kx - \sigma t) \quad (2.13)$$

を得る。上式を $z = -h$ の水底の境界条件の式 (2.8) に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \{ (A e^{kz} + B e^{-kz}) \sin(kx - \sigma t) \} &= 0, \\ (A k e^{kz} - B k e^{-kz}) \sin(kx - \sigma t) &= 0 \\ A = \frac{B k e^{-kz}}{k e^{kz}} &= \frac{B k e^{kh}}{k e^{-kh}} = B e^{2kh} \end{aligned}$$

式 (2.13) の A を消去すると

$$\begin{aligned} \phi &= (B e^{2kh} e^{kz} + B e^{-kz}) \sin(kx - \sigma t) \\ &= B e^{kh} (e^{kz+kh} + e^{-kz-kh}) \sin(kx - \sigma t) \\ \phi &= B e^{kh} (e^{k(z+h)} + e^{-k(z+h)}) \sin(kx - \sigma t) \end{aligned} \quad (2.14)$$

式 (2.14) において、双曲線関数 $\frac{e^{k(z+h)} + e^{-k(z+h)}}{2} = \cosh k(z+h)$ を考慮すると、

$$\phi = 2 B e^{kh} \cosh k(z+h) \sin(kx - \sigma t) \quad (2.15)$$

式 (2.9) に式 (2.15) を代入すると、

$$\zeta = \frac{2 B \sigma e^{kh}}{g} \cosh k(z+h) \cos(kx - \sigma t)$$

上式に式 (2.9) の成立条件である $z = 0$ を適用すると,

$$\zeta = \frac{2B\sigma e^{kh}}{g} \cosh kh \cos(kx - \sigma t) \quad (2.16)$$

水面形の波形として,

$$\zeta = \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma t) \quad (2.17)$$

式 (2.16) と式 (2.17) の係数を比較すると,

$$\frac{H}{2} = \frac{2B\sigma e^{kh}}{g} \cosh kh, \quad 2Be^{kh} = \frac{Hg}{2\sigma \cosh kh}$$

上式を式 (2.15) に代入すると,

$$\phi = \frac{Hg}{2} \frac{\cosh k(z+h)}{\sigma \cosh kh} \sin(kx - \sigma t) \quad (2.18)$$

式 (2.18) がラプラス方程式の解である. 波速の方程式を導出するにあたって, 式 (2.9) と式 (2.10) を再出し, ζ を消去する.

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad z = 0 \quad (2.9) \text{ (再掲)}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad z = 0 \quad (2.10) \text{ (再掲)}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (2.19)$$

式 (2.19) に式 (2.18) を代入すると,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{Hg}{2} \frac{\cosh k(z+h)}{\sigma \cosh kh} \sin(kx - \sigma t) \right\} \\ & + g \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{Hg}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\sigma \cosh kh} \sin(kx - \sigma t) \right\} = 0 \end{aligned}$$

を得る. まず, 上式の第 1 項は,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{Hg(-\sigma)}{2} \cdot \frac{\cosh k(z+h)}{\sigma \cosh kh} \cdot \cos(kx - \sigma t) \right\}$$

$$= -\frac{Hg\sigma}{2} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cdot \sin(kx - \sigma t) = -\frac{Hg\sigma}{2} \sin(kx - \sigma t)$$

第2項は式(2.9), 式(2.10)が成立する条件 $z = 0$ を用いて,

$$\begin{aligned} & g \left\{ \frac{Hg}{2} \frac{k \sinh k(h+z)}{\sigma \cosh kh} \cdot \sin(kx - \sigma t) \right\} \\ &= \frac{Hg^2 k}{2\sigma} \tanh kh \cdot \sin(kx - \sigma t) \end{aligned}$$

したがって、式(2.19)は、

$$-\frac{Hg\sigma}{2} \sin(kx - \sigma t) + \frac{Hg^2 k}{2\sigma} \tanh kh \cdot \sin(kx - \sigma t) = 0$$

となる。上式の両辺に -2σ を掛けると、

$$Hg \sin(kx - \sigma t) \cdot \{\sigma^2 - gk \tanh kh\} = 0$$

したがって、式(2.20)を得る。

$$\sigma^2 - gk \tanh kh = 0 \quad (2.20)$$

式(2.20)を分散関係式という。x方向への波の進行速度の波速 C は波長と周期を用いて $C = L/T = \sigma/k$ であるから、式(2.20)は $k = \frac{\sigma^2}{g \tanh kh}$ を考慮すると、

$$C = \frac{\sigma}{k} = \sigma \cdot \frac{g \tanh kh}{\sigma^2} = \frac{g \tanh kh}{\sigma} \quad (2.20a)$$

式(2.20a)に $\sigma = kC$ を代入すると、

$$C = \frac{g}{kC} \tanh kh, \quad C = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh kh} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}} \quad (2.21)$$

波速が水深と波長によって定まることを上式は示している。双曲線関数 $\tanh kh = \sinh kh / \cosh kh$ であり、

$$\tanh kh = \frac{e^{kh} - e^{-kh}}{e^{kh} + e^{-kh}} \quad (2.22)$$

となる。深海波の場合、 $h/L > 1/2$ であるから、

$$\tanh \frac{2\pi h}{L} \doteq 1$$

であり、

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}} \quad (2.23)$$

式 (2.23) は深海波の波速である。長波の場合、 $h/L < 1/25$ であるから、

$$\tanh \frac{2\pi h}{L} \doteq \frac{2\pi h}{L}$$

となり、

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}} \doteq \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \frac{2\pi h}{L}} = \sqrt{gh} \quad (2.24)$$

が得られる。

長波の波長は、式 (2.25) のようになる。

$$L = \sqrt{gh}T \quad (2.25)$$

式 (2.21) $\wedge L = CT$ を適用して、

$$C = \sqrt{\frac{gCT}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}}$$

を求め、さらに両辺を二乗し C で除すと、

$$C = \frac{gT}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad (2.26)$$

となり、上式 $\wedge C = L/T$ を代入すると、

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad (2.27)$$

式 (2.26) と式 (2.27) がそれぞれ浅海波の波速と波長を表す。

式(2.23)の誘導の際に考慮したように、深海波では $h/L > 1/2$ の場合に

$$\tanh \frac{2\pi h}{L} \doteq 1$$

となるから、式(2.26)と式(2.27)にそれぞれに適用すると、

$$C_0 = \frac{gT}{2\pi} \quad (2.28)$$

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} \quad (2.29)$$

深海波の波速と波長は、それぞれ式(2.28)と式(2.29)のようになる。深海波の波速や波表などを表す際には、添え字で 0 を付記する。

x, z 方向の水粒子速度 u, w を示す方程式を導出する。

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{Hg}{2} \frac{\cosh k(z+h)}{\sigma \cosh kh} \cdot \sin(kx - \sigma t) \right\} \quad (2.30)$$

分散関係式の式(2.20)を変形し、式(2.29)に代入すると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cosh kh} &= \frac{\sigma^2}{gk \sinh kh} \quad \text{を考慮して} \\ u &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{H\sigma}{2k} \cdot \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \cdot \sin(kx - \sigma t) \right\} \\ &= \frac{H\sigma}{2} \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \cdot \cos(kx - \sigma t) \end{aligned} \quad (2.31)$$

z 方向の速度成分 w は式(2.32)のようになる。

$$\begin{aligned} w &= \frac{\partial \phi}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{H\sigma}{2k} \cdot \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \cdot \sin(kx - \sigma t) \right\} \\ &= \frac{H\sigma}{2} \frac{\sinh k(z+h)}{\sinh kh} \cdot \sin(kx - \sigma t) \end{aligned} \quad (2.32)$$

式(2.31)と式(2.32)より、 u と w では $\pi/2$ の位相が異なることが分かる。流体粒子の平均位置 (\bar{x}, \bar{z}) からの水平変位を ξ 、鉛直変位を η とすると、