# 第 1 章　構造力学と構造設計

本書は大学課程の専門基礎授業に適した，講義用テキストとしてまとめている。また，本書は就職後も設計など業務で参考になるように，鉄筋コンクリートや鋼構造の設計における基礎的事項などの情報を掲載しており，社会人になっても利用できるものとしている。備考欄には専門用語の説明，英訳，単位の説明，実務における計算方法の適用などの基本情報を掲載している。

## 1.1　はじめに

建設構造物が備えるべき要件に，古くから「用・強・美」という概念がある。これは，**建築**①や**インフラ構造物**②が要求されている機能を満たし，長期間の使用に耐える強度と耐久性を持ち，かつ美しいと感じなければならないという思想である。インフラ構造物の歴史的遺産としていまなお残っている石橋（**図 1.1**）などは，長い年月を経たいまでもその機能（用）を果たし，耐久性などの安全性（強）が確保されている。しかもその美しさはその地域の風景とマッチングしている。

**図 1.1　スターリ・モスト**

近年，高層ビルなどの建築（**図 1.2**）や橋梁（**図 1.3**）などのインフラ構造物に用いられている材料は，コンクリートや鋼材が主流である。都市や市民の暮らしに役立つ安定した空間を確保するため

**図 1.2　スパイラルタワーズ**

① Architecture は建設物を造る行為（過程，技術）を意味し，Building は建設物を意味する。

② Infrastructure
インフラ構造物は主に社会生活に必要な公共構造物を意味する。

に，これらの材料を用いた構造物に外力が加わったときの**応力**[3]および**変形**[4]を計算して，その安全性を確認する必要がある。本書はそのための基礎知識を得て，これらの設計，施工および維持管理業務に役立つようにまとめられたものである。

**図 1.3　レインボーブリッジ**

## 1.2　構造力学とは

**構造力学**[5]は建築物，橋梁などのインフラ構造物が，供用時の荷重を受けたときに生じる応力や変形などを計算するための理論体系である。主に建築物，橋梁，船舶，航空機などの構造物に外力が加わったときに各部材に生じる内力と変形を分析するために構造力学が用いられる。建築工学や土木工学の建設分野では根幹を成す学問分野であり，専門基礎の授業として位置付けられている。単一部材での分析を基礎とする**材料力学**[6]とは区別されているが，重なり合う要素が多くあり，本書では材料力学分野もある程度カバーできるようにしている。

建設分野で構造力学を学ぶ目的は以下の通りである。

(1) 構造力学は，建物や橋などの構造物の設計や構造解析に必要な基礎知識を得る。

(2) 構造力学を学ぶことで，構造部材の応力や変形，構造物全体の耐荷性能などを知る。

(3) 効率的な設計，施工管理，点検，診断および DX[7]などの業務を行うための知識を得る。

構造力学は建設分野において非常に重要な役割を担っている建築物，橋梁，鉄塔，ダム，トンネルなどの構造物の設計と解析に欠かせない知識である。構造物はさまざまな荷重や外力にさらされ，それに対して安全かつ効率的に応答させる必要がある。構造力学を理解することで，構造の安定性や応力度，**ひずみ**[8]の分布を予測し，設計や解析に基づいた最適な構造物を実現することができる。市民の安全を守るために非常に重要であり。外力に対する**耐荷性能**[9]，**耐震性能**[10]などの安全性を確保することができる。

本書は，構造力学の基礎知識の学習を行うことを目的として発刊したも

③ Stress
応力は部材に生じる内力（応力度）を意味する。建築分野では部材に生じる力（断面力）のことを単に応力という場合がある。

④ Deformation
外力が加わった際に生じるたわみなどの応答をいう。

⑤ Structural Mechanics

⑥ Materials Mechanics
材料力学は，材料の変形，破壊特性を知るための学問を意味する。

⑦ Digital Transformation
デジタル技術を活用し，人々の生活や業務を効率よい状態へ変革する技術である。建設分野では，リモート建設，BIM,CIM，VR，3D プリンタ建設，モジュール化，AI 診断，スマートシティなどの技術導入をいう場合が多い。

⑧ Strain
単位長さあたりの変形量を意味する。構造力学上重要な指標である。

⑨ Load-bearing Performance
耐荷性能は，対象としている建設部材が終局状態に至る強度特性を

のである。構造物と構造力学との関係をわかりやすく説明し，実際の構造物への力学的な挙動を推定するために重要な学問である。本書を通じて修得した構造力学の理論を，実際の構造物や試験体に適用して，実験や計測を行って荷重の受け方や応力分布などを観察することができれば，より興味が深まって一流の技術者に成長するであろう。

意味する。

⑩ Earthquake Resistance
地震力に対する耐荷性能を意味する。

## 1.3　建設構造設計

**表 1.1** に示す通り，建設工事における発注者の役割は，プロジェクトの計画と条件を決定し，完成させて供用できるまでの全体管理を行うことにある。発注者は建設物の使用目的に応じた品質基準，工事予算，工期，安全基準，および環境基準などを設定して，建設完了までの計画と契約条件を加味して工事発注を行うこととなる。

**表 1.1　建設工事の分担**

| 発注者 | 設計者 | 建設者 |
|---|---|---|
| 国土交通省，地方自治体<br>道路会社，鉄道会社<br>建築主など | コンサルタント，設計事務所<br>（意匠設計者，構造設計者，設備設計者） | 建設会社<br>専門工事会社 |

コンサルタントや設計事務所は，建設工事に必要な技術的な助言と専門知識を提供し，企画段階では意匠設計や基本設計を行い，建設着手直前には具体的な構造設計を行う。この際に構造計算書，図面などを成果品として提示して，発注者の承諾を得る。建築構造物では構造設計者と設備設計者が異なる場合もある。インフラ構造物ではコンサルタントがこれらの業務を行っている。

工事を受注した建設会社は，実際の建設作業を担当する。施工図や仕様にしたがって工事を進め，安全や環境に配慮しつつ，工期内に完成させることを目指して**施工管理**⑪する。

建設構造設計において，国土交通省告示，道路橋示方書，鉄道構造物等設計標準，建築基準法などの基準や制度にしたがい，実施詳細設計を行う。この際に，構造力学の理論に基づいた構造計算，構造解析を実施して設計計算書を作成する。その設計した部材断面を図面化して，製作，施工できるようにすることが構造設計者の重要な役目となる。

⑪ Construction Management
建設分野の施工管理とは安全 Safety，品質 Quality，工程 Delivery，原価 Cost の 4 項目の管理を行うことである。5 つめの管理項目として環境 Environment を含める場合がある。

## 1.4　本書の構成

本書では各章を**表 1.2** に示すように構成し，構造設計を行う際に必要な情報を学ぶことができる。

**表 1.2　本書の構成**

| | |
|---|---|
| **第 1 章　構造力学と構造設計** | 概論，構造力学，建設構造設計，本書の構成 |
| **第 2 章　力のつり合いと支点反力** | 力のつり合い，構造モデルと荷重，支点反力 |
| **第 3 章　断面力の求め方** | 断面力とは, 断面力の符号, 断面力の計算法, 静定ラーメン |
| **第 4 章　トラス構造の解法** | トラス構造の種類，節点法による解法，切断法による解法 |
| **第 5 章　応力度の計算** | 構造材料の力学的性質，断面諸元，部材の応力度 |
| **第 6 章　はりのたわみの計算** | たわみとたわみ角，微分方程式を用いる方法，モールの解法（弾性荷重法） |
| **第 7 章　影響線** | 影響線の必要性，影響線図，影響線の利用方法 |
| **第 8 章　エネルギー法** | 仕事とひずみエネルギー，相反定理，仮想仕事の原理と単位荷重法，カスティリアノの定理，余力法，最小仕事の原理 |
| **第 9 章　不静定構造物の計算** | 不静定次数，たわみ角法 |
| **第 10 章　柱と座屈** | 柱と座屈，短い柱，長い柱，板の座屈 |
| **第 11 章　鉄筋コンクリート** | 鉄筋コンクリート構造，応力度の計算，はりの終局強度 |
| **第 12 章　鋼構造** | 鋼構造，鋼部材の圧縮強度，鋼桁および合成桁の断面に生じる応力分布，崩壊荷重 |

# 第 2 章　力のつり合いと支点反力

構造物，その代表例である橋梁（きょうりょう）には，自重，車や列車などの移動荷重，さらに，温度変化や地震力など種々の荷重が作用する。設計を行うに際し，まず，これらの荷重に対して，構造物をしっかりと支える必要がある。

本章では，力のつり合い条件式に基づいて，下から支える力，つまり，支点反力の求め方を説明する。

## 2.1　力のつり合い

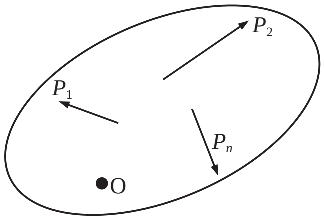



**図 2.1　1 点に作用しない多くの力のつり合い**

**図 2.1** に示す 1 点に作用しない多くの力[①]が作用する力のつり合い条件式は，以下のように与えられる。

水平（horizontal）方向に作用するすべての力がつり合っている。

$$\sum H_i = 0 \tag{2.1}$$

鉛直（vertical）方向に作用するすべての力がつり合っている。

$$\sum V_i = 0 \tag{2.2}$$

回転させようとするすべての力，つまり，モーメント（moment）がつり合っている。

$$\sum M_i = 0 \tag{2.3}$$

すなわち，『**すべての力の水平分力の代数和，鉛直分力の代数和ならびに任意点に関するモーメントの代数和がそれぞれ 0 になる**』ということである。

① 物体の運動状態に変化（速度の変化）を生じさせる原因となるものを力（Force）という。構造力学では，力の大きさ，方向に加えて作用点についても考える必要がある（**力の三要素**）。

力の単位は，国際単位系（SI 単位系）が用いられ，1kg の質量に $1\mathrm{m/s^2}$ の加速度を生じさせる力を 1N（ニュートン）と定義している。

$$1\mathrm{N} = 1\mathrm{kg} \times 1\mathrm{m/s^2}$$

モーメントは，力 $P$ と回転中心から作用線までの距離 $a$ の積で表される

$$M = Pa$$

## 2.2　構造モデルと荷重

・**集中荷重**②

集中荷重とは，**図 2.2** に示すように，全重量が1点に集中して作用すると仮定できる荷重をいう。

・**分布荷重**③

分布荷重とは，**図 2.3** に示すように分布力に相当する荷重で，その大きさは，単位長さあたりの力で表される。

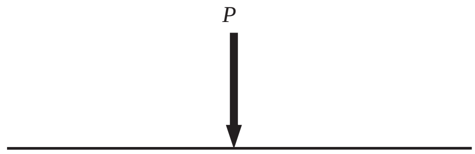



**図 2.2　集中荷重**④

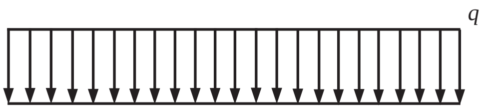



**図 2.3　等分布荷重**⑤

今後，力のつり合い計算を行うに際し，分布荷重を集中荷重に置き換える必要がある。そこで，まず，**「Varignon（バリノン）の定理」**を説明する。同定理は，「物体に多くの平行な力が作用する場合，ある点に関するそれぞれの力によるモーメントの総和は，それらの合力のある点に関するモーメントに等しい」ということができる。つまり，**図 2.4** に示すような多くの平行な力 $P_1, \cdots P_i, \cdots P_n$ の合力 $R$ の作用線は，これらの力に平行で，その大きさは，式（2.4）で表される。

$$R = \sum_{i=1}^{n} P_i \tag{2.4}$$

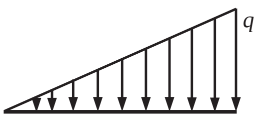
また，$P_i$ の任意の1点Oからの長さ $e$，合力 $R$ のそれを $e$ とすれば，式（2.5）が得られ，合力 $R$ の作用線位置が定まる。

② Concentrated Load

③ Distributed Load

④ 一般的に用いられる単位の例は，kN，N などである（1 kN＝1000 N）。

⑤ 一般的に用いられる単位の例は，kN/m，N/cm などである。
また，等変分布（三角形）荷重もある。



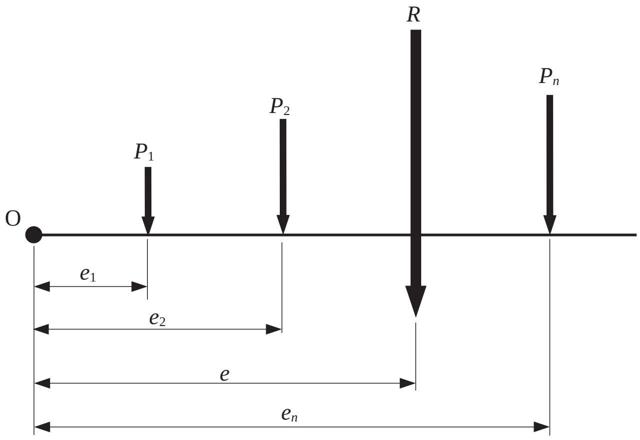



図 2.4　Varignon（バリノン）の定理

$$e=\frac{\sum_{i=1}^{n}P_ie_i}{\sum_{i=1}^{n}P_i} \tag{2.5}$$

上記の定理を用いて，等分布荷重および等変分布荷重の合力とその作用位置を求める。

**等分布荷重**

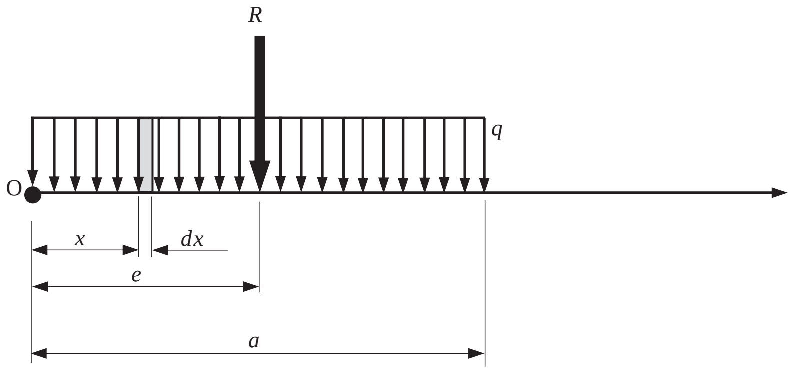



図 2.5　等分布荷重作用時の合力とその作用位置

**図 2.5** に示すように，点 O より $x$ 離れた位置での微小区間を $dx$ とすれば，この区間に作用する集中荷重は $qdx$ で表される。これを 1 つの分力と仮定すると，合力 $R$ は式（2.6）のように求められる。

$$R=\sum qdx=q\int_0^a dx=qa \tag{2.6}$$

そして，点 O に関する分力モーメントの総和は式（2.7）で表され，両式より作用位置 $e$ は式（2.8）で求められる。

$$\sum x \cdot qdx = q\int_0^a xdx = \frac{qa^2}{2} \tag{2.7}$$

$$e = \frac{\sum x \cdot qdx}{\sum qdx} = \frac{\frac{qa^2}{2}}{qa} = \frac{a}{2} \tag{2.8}$$

**等変分布荷重**

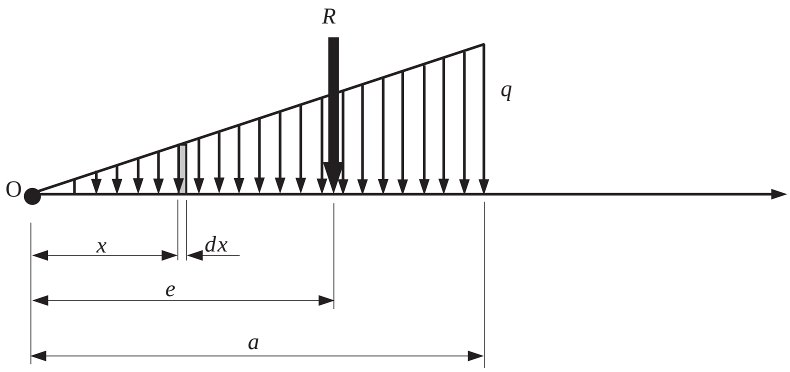



**図 2.6　等変分布荷重作用時の合力とその作用位置**

**図 2.6** に示すように，点 O より $x$ 離れた位置での微小区間を $dx$ とすれば，この区間に作用する集中荷重は $q\frac{x}{a}dx$ で表される[⑥]。これを 1 つの分力と仮定すると，合力 $R$ は式（2.9）のように求められる。

$$R = \sum q\frac{x}{a}dx = \frac{q}{a}\int_0^a xdx = \frac{qa}{2} \tag{2.9}$$

そして，点 O に関する分力モーメントの総和は式（2.10）で表され，両式より作用位置 $e$ は式（2.11）で求められる。

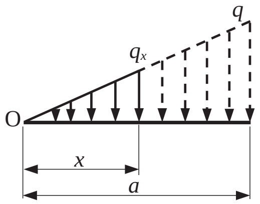
$$\sum x \cdot q\frac{x}{a}dx = \frac{q}{a}\int_0^a x^2 dx = \frac{qa^2}{3} \tag{2.10}$$

$$e = \frac{\sum x \cdot q\frac{x}{a}dx}{\sum q\frac{x}{a}dx} = \frac{\frac{qa^2}{3}}{\frac{qa}{2}} = \frac{2}{3}a \tag{2.11}$$

以上より，等分布荷重および等変分布荷重の合力の大きさは，力の分布図の面積に等しく，その作用位置は，図形の幾何学的な重心を通ることがわかる。

他にも，集中モーメント（モーメント荷重）という荷重がある[⑦]。

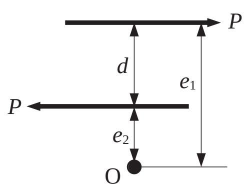
⑥　点 O から $x$ 離れた位置における分布荷重の大きさは，以下の関係より，誘導することができる。




$q : a = q_x : x$ より，

$$q_x = q\frac{x}{a}$$

⑦　集中モーメント（モーメント荷重）




その中で，大きさ $P$ が等しく，向きが反対の平行な 2 つの力を偶力（Couple of Force）という。さらに，$M = Pe_1 - Pe_2 = Pd$ となり，このモーメントを偶力モーメント（Moment of Couple）という。

## 2.3　支点反力

### 2.3.1　支点の種類

**(1) ローラー（移動）支点，ヒンジ（回転）支点（図 2.7）**

ローラー（移動）支点は，鉛直な方向の移動を拘束するが，水平方向の移動と回転は拘束せず，反力数は鉛直方向 1 つのみである。一方，ヒンジ（回転）支点は，鉛直および水平方向の移動を拘束するが，回転は拘束せず，反力は鉛直および水平方向の 2 つとなる。

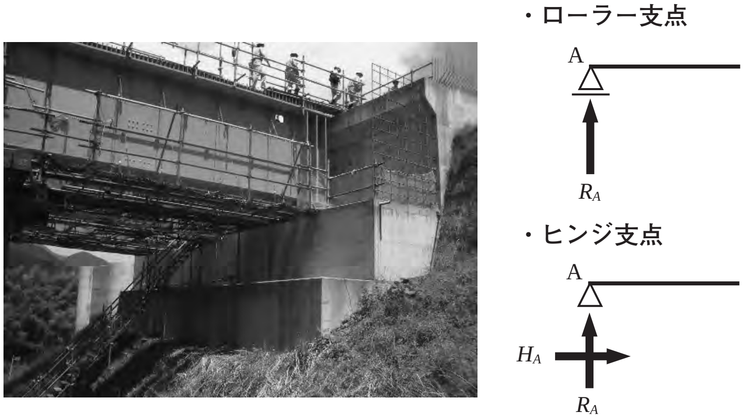



図 2.7　ローラー（移動）支点，ヒンジ（回転）支点

**(2) 固定支点（固定端）（図 2.8）**

固定支点（固定端ともいわれる）は，鉛直，水平方向ならびに回転のすべてを拘束し，反力数は，鉛直，水平反力ならびに固定モーメントの 3 つとなる。

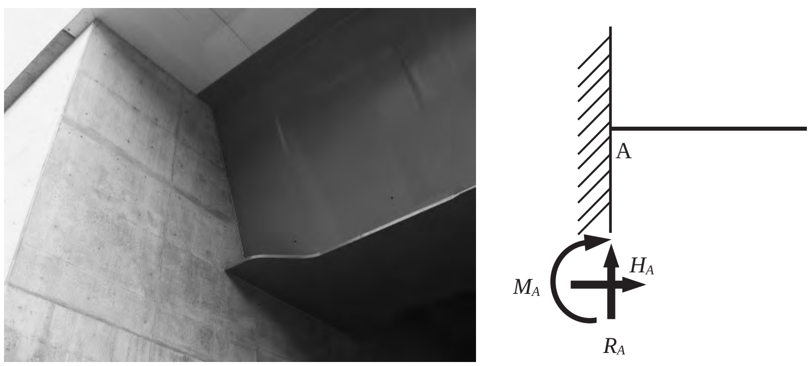



図 2.8　固定支点（固定端）

### 2.3.2　外力（力とモーメント）の符号の約束

(1)　水平方向の外力は，右向きに作用するとき**正**，左向きに作用するとき**負**とする。

(2)　鉛直方向の外力は，上向きに作用するとき**正**，下向きに作用するとき**負**とする。

(3)　外力によるモーメントは，時計回りに作用するとき**正**，反時計回りに作用するとき**負**とする。

### 2.3.3　支点反力の求め方

Step-1：

支点の種類に応じて，正しい数の反力を⊕方向に仮定する。

Step-2：

斜め方向の荷重→鉛直および水平分力を求める。

Step-3：

分布荷重→合力の大きさと作用位置を定める。

Step-4：

力のつり合い条件式（$\sum H = 0$，$\sum V = 0$，$\sum M = 0$）を用いて，反力の大きさと方向を決定する。

Step-5：

検算を行う。

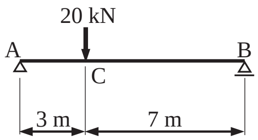
**例題 2.1　集中荷重が載荷された単純はりの支点反力**

**図 2.9** に示す通り，ヒンジ支点とローラー支点によって両端を支持されたはりを単純はりと呼ぶ。

いま，点 AB の支間中央（点 C）に集中荷重 $P$ が作用した単純はりの支点反力を求める。

**問題 2.1**

以下の単純はりに作用する支点反力の値を求めなさい。



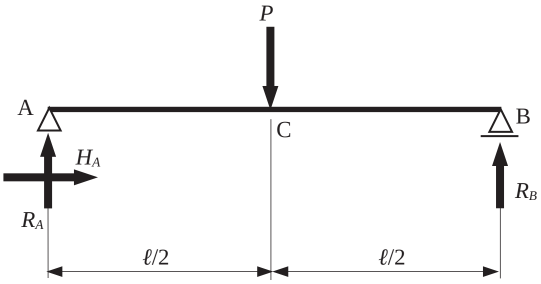



**図 2.9　集中荷重が載荷された単純はり**

まず，単純はりに作用する支点反力（$R_A$, $R_B$ ならびに $H_A$）は，同図に示すように正の向きに仮定する。

次に，つり合い条件式は，以下のように書ける。

$$\sum H = 0 \ : H_A = 0$$

$$\sum V = 0 \ : \underbrace{R_A + R_B}_{\text{上向き}} \underbrace{-P}_{\text{下向き}} = 0 \text{ より，} R_A + R_B = P \qquad \text{(a)}$$

$$\underbrace{\sum M_{at\ A}}_{\text{点 A まわりのモーメント}} = 0 \ : \ \underbrace{P \times \frac{\ell}{2}}_{\text{時計回り}} \underbrace{- R_B \times \ell}_{\text{反時計回り}} = 0 \text{ より，} \ R_B = \frac{P}{2}$$

式（a）より，$R_B = P - R_B = P - \dfrac{P}{2} = \dfrac{P}{2}$

＜検算＞

$$\sum M_{at\ B} = 0 : \ R_A \times \ell - P \times \frac{\ell}{2} = 0 \text{ より，} \ R_A = \frac{P}{2}$$

これらの反力の符号は，すべて正である。したがって，反力の向きは，**図 2.9** の仮定通りと判定される。

**例題 2.2　斜め方向の集中荷重が載荷された単純はりの支点反力**

まず，単純はりに作用する支点反力（$R_A$, $R_B$ ならびに $H_A$）は，**図 2.10** に示すように正の向きに仮定する。

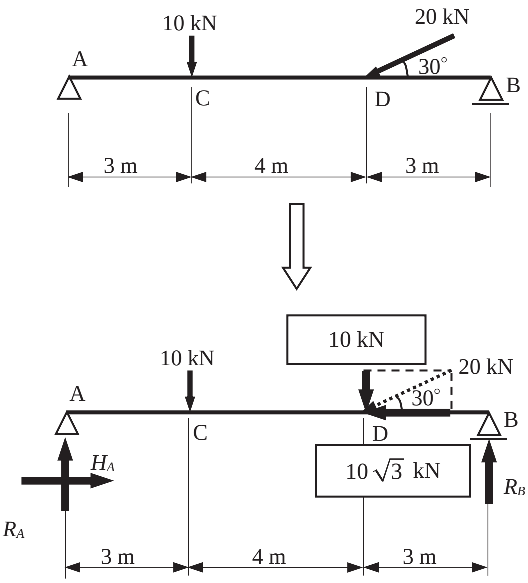
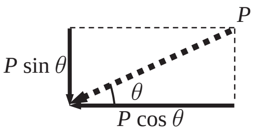



**図 2.10　鉛直と斜め方向の集中荷重が載荷された単純はり**

次に，点Dに作用している集中荷重を，水平および鉛直力に分解する[⑧]。そして，つり合い条件式は，以下のように書ける。

⑧　斜め方向の集中荷重の分解




水平分力

$$H_i = P\cos\theta$$

鉛直分力

$$V_i = P\sin\theta$$

$$\sum H = 0 \ :\ \underbrace{H_A}_{\text{右向き}}\underbrace{-10\sqrt{3}}_{\text{左向き}} = 0 \text{ より，} \quad H_A = 10\sqrt{3}\ \text{kN}$$

$$\sum V = 0 \ :\ \underbrace{R_A + R_B}_{\text{上向き}}\underbrace{-10-10}_{\text{下向き}} = 0 \text{ より，} \quad R_A + R_B = 20\ \text{kN} \qquad \text{(b)}$$

$$\underbrace{\sum M_{at\ A} = 0}_{\text{点 A まわりのモーメント}} \ :\ \underbrace{10\times 3}_{\text{時計回り}} + \underbrace{10\times 7}_{\text{時計回り}} \underbrace{- R_B \times 10}_{\text{反時計回り}} = 0 \text{ より，}$$

$$R_B = \frac{10\times 3 + 10\times 7}{10} = 10\ \text{kN}$$

式（b）より，$R_A = 20 - R_B = 20 - 10 = 10$ kN

＜検算＞

$$\sum M_{at\ B} = 0 :\ R_A \times 10 - 10\times 7 - 10\times 3 = 0 \text{ より，} \quad R_A = 10\ \text{kN}$$

これらの反力の符号は，すべて正である。したがって，反力の向きは，**図 2.10** の仮定通りと判定される。

**例題 2.3　等分布荷重が載荷された単純はりの支点反力**

まず，単純はりに作用する支点反力（$R_A$, $R_B$ ならびに $H_A$）は，**図 2.11** に示すように正の向きに仮定する。

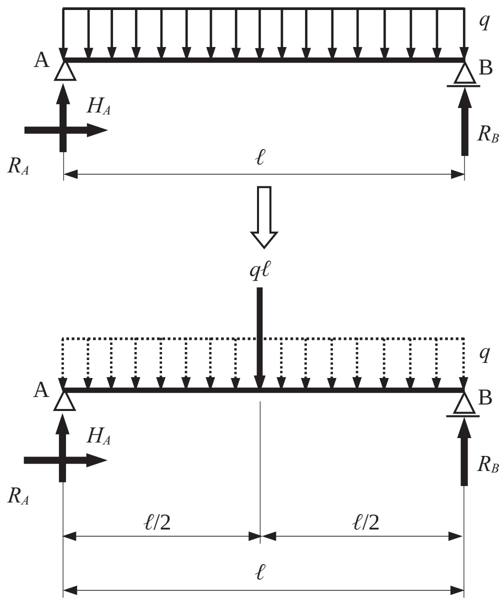



**図 2.11　等分布荷重が載荷された単純はり**

次に，等分布荷重の合力は $ql$ であり，作用線の位置は，**図 2.11** に示す通りである。

そして，つり合い条件式は，以下のように書ける。

$$\sum H = 0 \;:\; H_A = 0$$

$$\sum V = 0 \;:\; R_A + R_B - q\ell = 0 \text{ より，} \quad R_A + R_B = q\ell \qquad \text{(c)}$$

$$\sum M_{at\,A} = 0 \;:\; q\ell \times \frac{\ell}{2} - R_B \times \ell = 0 \text{ より，} \quad R_B = \frac{q\ell}{2}$$

式（c）より，$R_A = q\ell - R_B = q\ell - \dfrac{q\ell}{2} = \dfrac{q\ell}{2}$

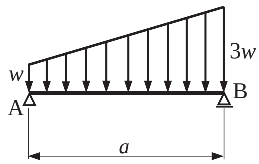
＜検算＞

$$\sum M_{at\,B} = 0 : R_A \times \ell - q\ell \times \frac{\ell}{2} = 0 \text{ より，} \quad R_A = \frac{q\ell}{2}$$

これらの反力の符号は，すべて正である。したがって，反力の向きは，**図 2.11** の仮定通りと判定される。

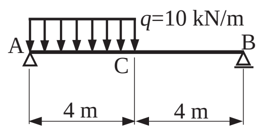
**問題 2.2**

以下の単純はりに作用する支点反力の値を求めなさい。




**問題 2.3**

以下の単純はりに作用する支点反力の値を求めなさい。



**例題 2.4　等変（三角形）分布荷重が載荷された単純はりの支点反力**

まず，単純はりに作用する支点反力（$R_A$, $R_B$ ならびに $H_A$）は，**図 2.12** に示すように正の向きに仮定する。

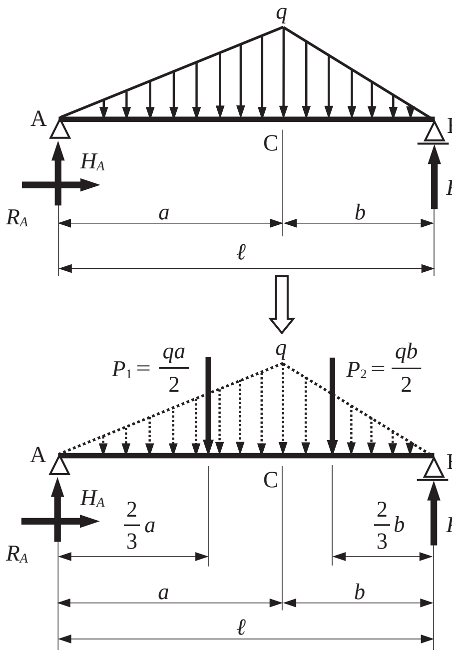



**図 2.12　等変（三角形）分布荷重が載荷された単純はり**

次に，AC 間および CB 間の等変（三角形）分布荷重の合力は，それぞれ，$P_1=qa/2$，$P_2=qb/2$ であり，作用線の位置は，図に示す通りである。

そして，つり合い条件式は，以下のように書ける。

$$\sum H=0\ :H_A=0$$

$$\sum V=0\ :R_A+R_B-P_1-P_2=0 \text{ より，}\quad R_A+R_B=\frac{qa}{2}+\frac{qb}{2} \qquad \text{(d)}$$

$$\sum M_{at\,A}=0\ :\ \frac{qa}{2}\times\frac{2}{3}a+\frac{qb}{2}\times\left(\ell-\frac{2}{3}b\right)-R_B\times\ell=0 \text{ より，}$$

$$R_B=\frac{q}{6}(2a+b)$$

式（d）より，$R_A=\dfrac{qa}{2}+\dfrac{qb}{2}-R_B=\dfrac{q}{6}(a+2b)$

＜検算＞

$$\sum M_{at\ B}=0:\ R_A\times\ell-\frac{qa}{2}\times\left(\ell-\frac{2}{3}a\right)-\frac{qb}{2}\times\frac{2}{3}b=0\ より，$$

$$R_A=\frac{q}{6}\left(a+2b\right)$$

これらの反力の符号は，すべて正である。したがって，反力の向きは，**図 2.12** の仮定通りと判定される。

### 例題 2.5　斜め方向の集中荷重と集中モーメントを受ける片持ちはり

**図 2.13** に示す通り，一端を固定支点にし，一端を自由端とした，つまり，反力が生じないはりを片持ちはりと呼ぶ。

まず，片持ちはりに作用する支点反力（$R_A$, $H_A$ ならびに $M_A$）は，同図に示すように正の向きに仮定する。

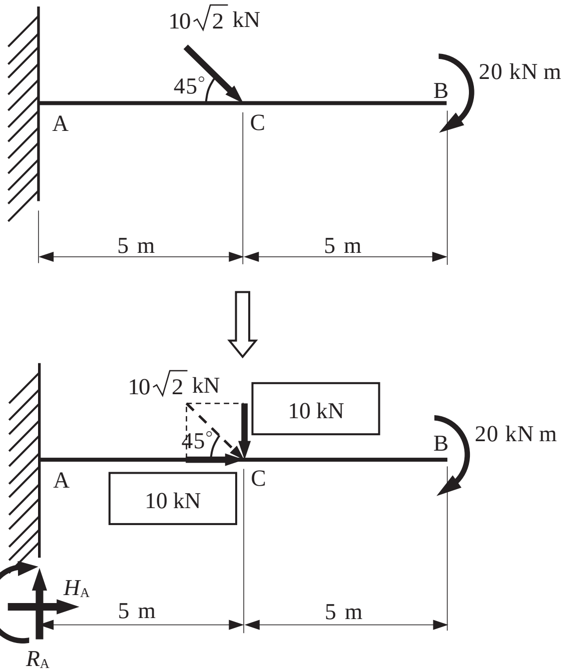


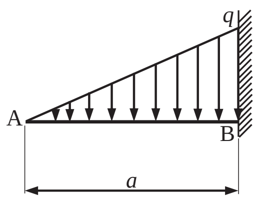

**図 2.13　斜め方向の集中荷重と集中モーメントを受ける片持ちはり**

次に，点Cに作用している集中荷重を，水平および鉛直力に分解する。そして，つり合い条件式は，以下のように書ける。

$$\sum H=0\ :H_A+10=0\ より，\ H_A=-10\ \mathrm{kN}$$

**問題 2.4**

以下の片持ちはりに作用する支点反力の値を求めなさい。



$$\sum V=0 \;:\; R_A-10=0 \text{ より，} R_A=10\text{ kN}$$

$$\sum M_{at\,A}=0 \;:\; M_A+10\times \underbrace{5+20}_{\text{時計回り}}=0 \text{ より，} M_A=-70\text{ kN·m}$$

＜検算＞

$$\sum M_{at\,B}=0:\; M_A+R_A\times 10-10\times 5+20=0 \text{ となる。}$$

固定モーメント $M_A$ は負であるから，仮定と逆向き（反時計回り）と判定される。

### 例題 2.6　集中荷重と等分布荷重を受ける張り出しはり

**図 2.14** に示す通り，単純はりの一端または両端を外側に張り出したはりを張り出しはりと呼ぶ。

まず，張り出しはりに作用する支点反力（$R_A$, $H_A$ ならびに $R_B$）は，同図に示すように正の向きに仮定する。

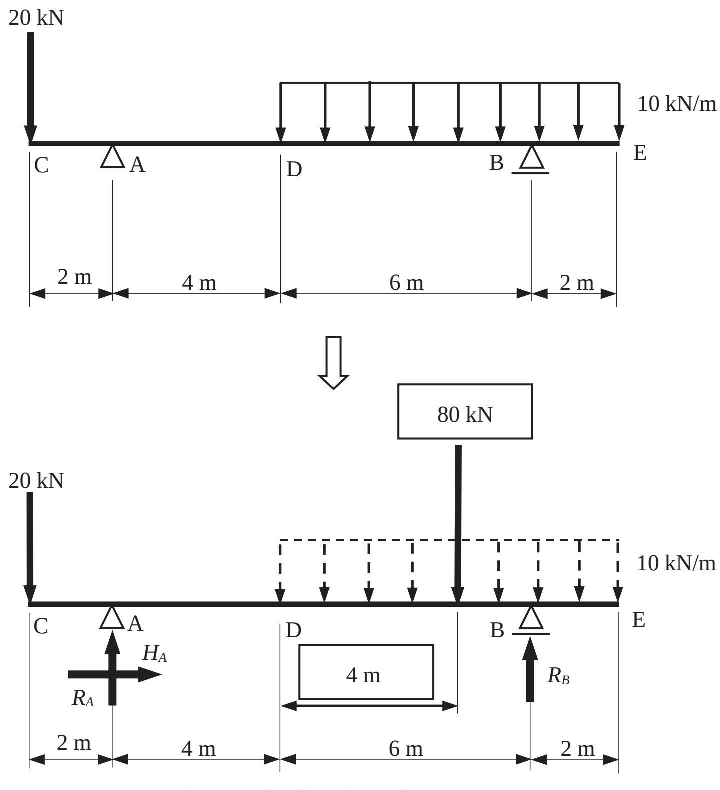



**図 2.14　集中荷重と等分布荷重を受ける張り出しはり**

そして，つり合い条件式は，以下のように書ける。

$$\sum H=0\ :H_A=0$$

$$\sum V=0\ :R_A+R_B-20-80=0\ より，\ R_A+R_B=100\ \mathrm{kN} \qquad (e)$$

$$\sum M_{at\,A}=0\ :\ -20\times2+80\times8-R_B\times10=0\ より，$$

$$R_B=\frac{-20\times2+80\times8}{10}=60\ \mathrm{kN}$$

式（e）より，$R_A=100-R_B=100-60=40$ kN

<検算>

$$\sum M_{at\,B}=0:-12\times20+R_A\times10-80\times2=0\ より，\ R_A=40\ \mathrm{kN}$$

これらの反力の符号は，すべて正である。したがって，反力の向きは，**図 2.14** の仮定通りと判定される。

**例題 2.7　集中荷重と等分布荷重を受けるゲルバーはり**

ゲルバーはりとは，連続はりの中間点に新たにヒンジを設けたはりのことをいう。**図 2.15** の場合，張り出しはり ABG の上に単純はり GC が載っていると考え（**図 2.16**），単純はり，そして，張り出しはりの順で支点反力を求めていく。

まず，張り出しはり，単純はりに作用する支点反力（$R_A, H_A, R_B, R_C$ ならびに $R_G, H_G$）は，**図 2.16** に示すように正の向きに仮定する。

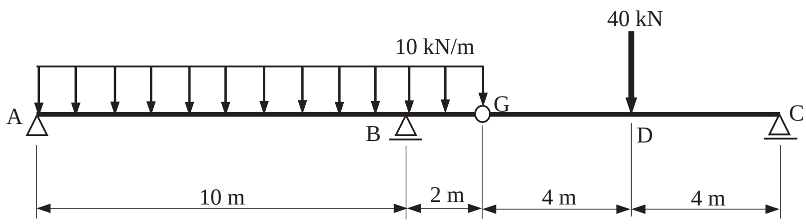
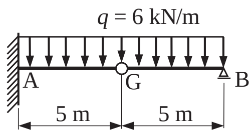



**図 2.15　集中荷重と等分布荷重を受けるゲルバーはり**

**問題 2.5**

以下のゲルバーを有するはりに作用する支点反力の値を求めなさい。



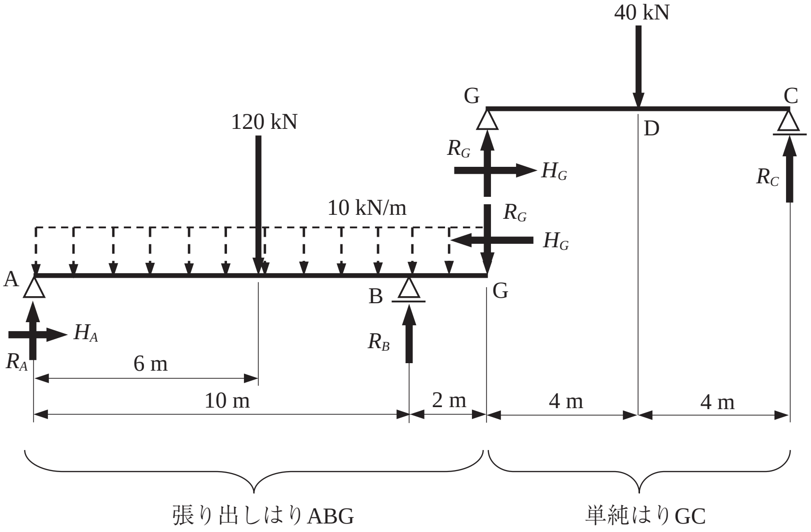



**図 2.16　張り出しはりと単純はりに分割されたゲルバーはり**

単純はり GC のつり合い条件式は，以下のように書ける。

$$\sum H = 0 \;：H_G = 0$$

$$\sum V = 0 \;：R_G + R_C - 40 = 0 \text{ より，} R_G + R_C = 40 \text{ kN} \qquad \text{(f)}$$

$$\sum M_{at\ G} = 0 \;：40 \times 4 - R_C \times 8 = 0 \text{ より，} \quad R_C = \frac{40 \times 4}{8} = 20 \text{ kN}$$

式（f）より，$R_G = 40 - R_C = 40 - 20 = 20$ kN

＜検算＞

$$\sum M_{at\ C} = 0：R_G \times 8 - 40 \times 4 = 0 \text{ より，} \quad R_G = 20 \text{ kN}$$

次に，張り出しはり ABG のつり合い条件式は，以下のように書ける。

$$\sum H = 0 \;：H_A - H_G = 0 \text{ より，} H_A = 0$$

$$\sum V = 0 \;：R_A + R_B - 120 - R_G = 0 \text{ より，} R_A + R_B = 120 + 20 = 140 \text{ kN} \qquad \text{(g)}$$

$$\sum M_{at\ A} = 0 \;：120 \times 6 - R_B \times 10 + R_G \times 12 = 0 \text{ より，}$$

$$R_B = \frac{120 \times 6 + 20 \times 12}{10} = 96 \text{ kN}$$

式（g）より，$R_A = 140 - R_B = 140 - 96 = 44$ kN

＜検算＞

$$\sum M_{at\ B}=0:\ R_A\times10-120\times4+R_G\times2=0\ \text{より},$$

$$R_A=\frac{120\times4-20\times2}{10}=44\ \text{kN}$$

これらの反力の符号は，すべて正である。したがって，反力の向きは，**図 2.16** の仮定通りと判定される。

**別解**

ヒンジでは，モーメントは伝達されず，この点まわりで考えた**右**もしくは**左**のモーメントは常にゼロとなる（**図 2.17**）。

$$\sum M_{at\,G}^{右}=0\quad もしくは\quad \sum M_{at\,G}^{左}=0$$

この考え方で，同様に，反力計算を行っていく。

$$\sum H=0\ :H_A=0\ \text{kN}$$

$$\sum V=0\ :R_A+R_B+R_C-120-40=0\ \text{より},\ R_A+R_B+R_C=160\ \text{kN}\quad \text{(h)}$$

$$\sum M_{at\ A}=0\ :120\times6-R_B\times10+40\times16-R_C\times20=0\ \text{より},$$

$$R_B\times10+R_C\times20=1360\ \text{kN}\cdot\text{m}\qquad \text{(i)}$$

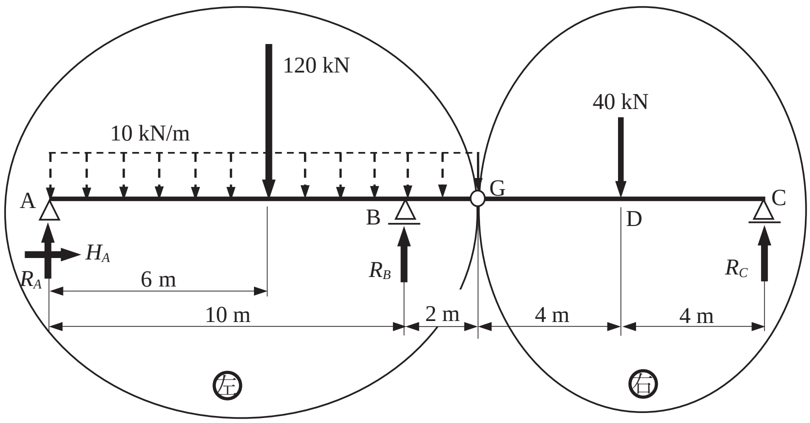



**図 2.17　ヒンジ G 点で左右に分割されたゲルバーはり**

$$\sum M_{at\,G}^{右}=0\ :40\times4-R_C\times8=0\ \text{より},\quad R_C=\frac{40\times4}{8}=20\ \text{kN}$$

式（i）より，$R_B=\dfrac{1360-20\times20}{10}=96\ \text{kN}$

式（h）より，$R_A=160-R_B-R_C=160-96-20=44\ \text{kN}$

＜検算＞

$$\sum M_{at\,G}^{左}=0\ :R_A\times 12-120\times 6+R_B\times 2=44\times 12-120\times 6+96\times 2=0$$

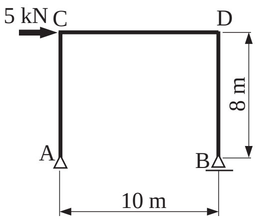
上記と同じ解を得ることができる。

### 例題 2.8　集中荷重を受ける折れはり（静定ラーメン）（図 2.18）

図 2.18　折れはり構造の一例

**問題 2.6**

以下の折れはりに作用する支点反力の値を求めなさい。



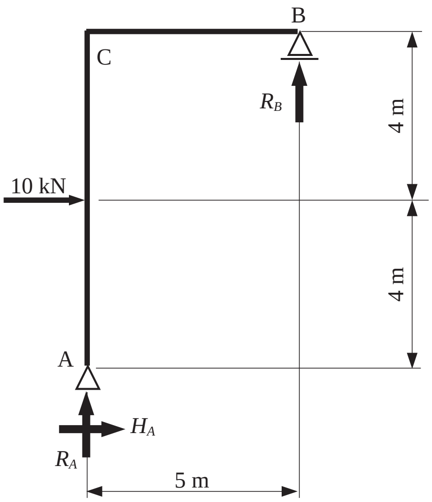




図 2.19　集中荷重を受ける折れはり

まず，折れはりに作用する支点反力（$R_A$, $H_A$ ならびに $R_B$）は，**図 2.19** に示すように正の向きに仮定する。

そして，つり合い条件式は，以下のように書ける。

$$\sum H=0\ :H_A+10=0\ より，\ H_A=-10\ \mathrm{kN}$$

$$\sum V=0\ :R_A+R_B=0 \qquad \text{(j)}$$

$$\sum M_{at\ A}=0\ :10\times4-R_B\times5=0\ より，\ R_B=\frac{10\times4}{5}=8\ \text{kN}$$

式（j）より，$R_A=-R_B=-8$ kN

＜検算＞

$$\sum M_{at\ B}=0:-10\times4+R_A\times5-H_A\times8=-40-40+80=0$$

水平反力 $H_A$ および鉛直応力 $R_A$ は負であるから仮定と逆向き，$R_B$ の向きは仮定通りと判定される。

### 例題 2.9　複数荷重を受けるゲルバーを有する折れはり

まず，折れはりに作用する支点反力（$H_A, R_A, M_A$ ならびに $R_B$）は，**図 2.20** に示すように正の向きに仮定する。

そして，つり合い条件式は，以下のように書ける。

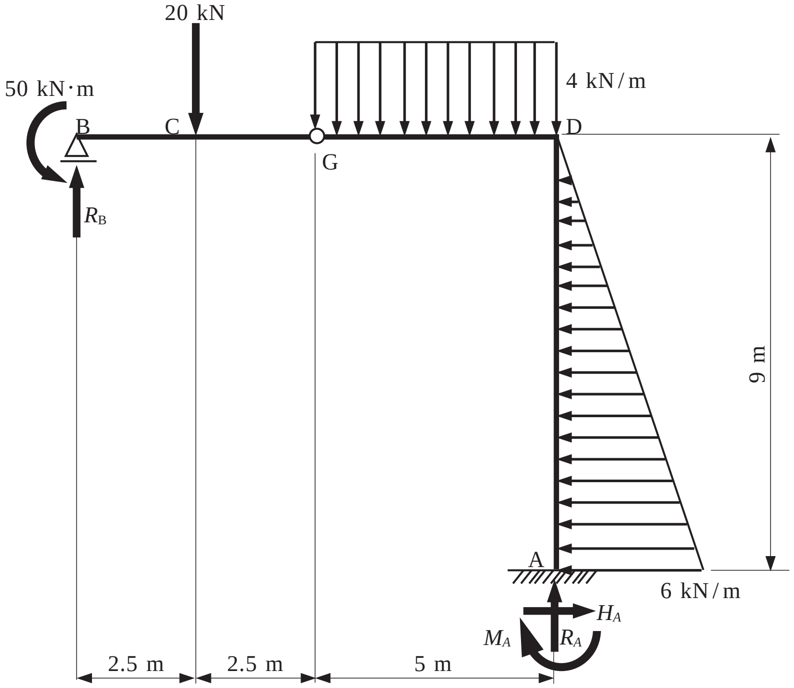



**図 2.20　複数荷重を受けるゲルバーを有する折れはり**

$$\sum H=0\ :H_A-27=0\ より，\ H_A=27\ \text{kN}$$

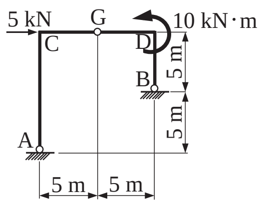
$$\sum V=0\ :R_A+R_B-20-20=0\ より，\ R_A+R_B=40\ \text{kN} \qquad (\text{K})$$

$$\sum M_{at\ A}=0\ :M_A+R_B\times10-50-20\times7.5-20\times2.5-27\times3=0\ より，$$

$$M_A+R_B\times10=331\ \text{kN·m} \qquad (\ell)$$

**問題 2.7**

以下のゲルバーを有する折れはりに作用する支点反力の値を求めなさい。



$$\sum M_{at\,G}^{右} = 0 \ : R_B \times 5 - 50 - 20 \times 2.5 = 0 \text{ より，}$$

$$R_B = \frac{50 + 20 \times 2.5}{5} = 20 \text{ kN}$$

式（k）より，$R_A = 40 - R_B = 40 - 20 = 20$ kN

式（ℓ）より，$M_A = 331 - R_B \times 10 = 331 - 20 \times 10 = 131$ kN･m

＜検算＞

$$\sum M_{at\,G}^{右} = 0 \ : 20 \times 2.5 + 27 \times 6 + M_A - H_A \times 9 - R_A \times 5 = 0$$

これらの反力の符号は，すべて正である。したがって，反力の向きは，**図 2.20** の仮定通りと判定される。