1章　土木基礎力学

過去問題-1

出題：H23.11

次のA、B、Cは、回転支点、可動支点、固定支点に関する記述である。それぞれに当てはまる記述の組合せとして最も妥当なのはどれか。

A. 支点から梁には鉛直反力のみが生じる。

B. 支点から梁には水平反力及び鉛直反力が生じる。

C. 支点から梁には水平反力、鉛直反力及びモーメントの反力が生じる。

	回転支点	可動支点	固定支点
1．	A	B	C
2．	A	C	B
3．	B	A	C
4．	B	C	A
5．	C	A	B

解　説

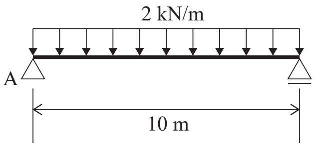
支点の構造により、水平方向、鉛直方向への移動、または回転できない場合に、それぞれ水平反力、鉛直反力、モーメント反力が生ずる。可動支点は、ローラー機構にて水平方向に移動でき、ヒンジ機構にて自由に回転できる。回転支点は、ヒンジ機構のみ有し、自由に回転できる。固定支点は、梁の端部が他の構造物等と剛接されるため移動や回転はできない。

答　3．

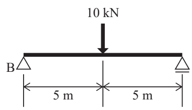
過去問題-2　出題：H29.61（類題　R3.61）

図のように、等分布荷重が作用し支点Ａに鉛直反力の生じた梁がある。この支点Ａの鉛直反力と大きさの等しい鉛直反力が支点Ｂに生じた梁として最も妥当なのはどれか。

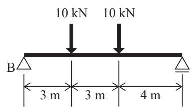
ただし、梁の自重は無視できるものとできる。



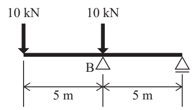
1.



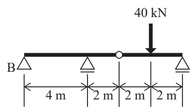
2.



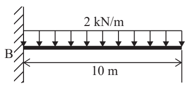
3.



4.



5.



解　説

支点に生ずる鉛直反力は、上向きに作用するものとして計算する。

① 比較元となる、等分布荷重が作用した単純梁の鉛直反力R_Aを求める。

等分布荷重の換算荷重$P=20$kNは、支間中央に下向きに作用する。このため両支点の鉛直反力は同じ値になる。$R_A=10$kN（上向き）

② 1の単純梁　①と同様に考える。$R_B=5$kN（上向き）

③ 2の単純梁　可動支点を支点Aとし、釣合いの3条件から鉛直反力R_Bを求める。

$\Sigma M_A=+R_B\times10-10\times7-10\times4=0$　より

$R_B=11$kN（上向き）

④ 3の張出し梁　③と同様に考える。

$\Sigma M_A=-10\times10+R_B\times5-10\times5=0$　より

$R_B=30$kN（上向き）

⑤ 4のゲルバー梁

ヒンジより左側の張出し梁が、ヒンジより右側の単純梁を支持した構造である。単純梁を支える反力は、①②と同様に考え20kNとなる。

この力を張出し梁のヒンジ部分に荷重として作用させ、③と同様に考える。

$\Sigma M_A=+R_B\times4+20\times2=0$　より　$R_B=-10$kN（下向き）

⑥ 5の片持ち梁

換算荷重$P=20$kNが片持ち梁の中央に下向きに作用する。釣合いの3条件から鉛直反力R_Bを求める。

$\Sigma V=+R_B-20=0$　より　$R_B=20$kN（上向き）

これより、大きさの等しい鉛直反力は、力の向きには無関係であるため4のゲルバー梁にて生じている。

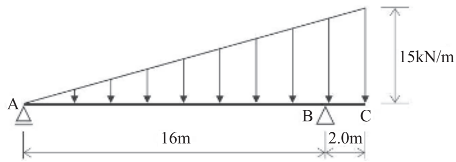
［別解］ 反力の影響線を使うと簡単に反力を求められる。

答　4．

過去問題−3　出題：H23.12

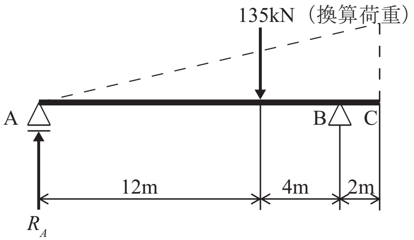
　図のような張出し梁に等変分布荷重が作用しているとき、支点Ａの反力はおよそいくらか。ただし、梁の自重は無視する。

１．34kN
２．44kN
３．54kN
４．64kN
５．74kN



解　説

　等変分布荷重を集中荷重に換算し、張出し梁に載荷すると図のようになる。支点Ｂにおけるモーメントの力の釣合いから、支点Ａの鉛直反力R_Aを求める。



$$\Sigma M_B = R_A \times 16 - 135 \times 4 = 0 \text{より}$$

$$R_A = 33.75\text{kN} \fallingdotseq 34\text{kN}$$

答　１．

過去問題-4

出題：H26.61

図のように、片持梁に集中荷重と等変分布荷重が作用しているとき、固定端Aにおける曲げモーメントの反力の大きさはおよそいくらか。ただし、梁の自重は無視できるものとする。

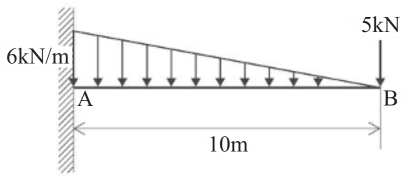
1．150kN/m

2．200kN/m

3．250kN/m

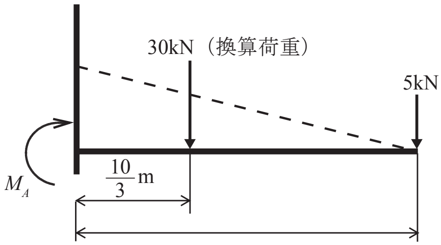
4．300kN/m

5．350kN/m



解　説

等変分布荷重を集中荷重に換算する。固定端のモーメント反力を時計回りに作用すると仮定し、固定端での力の釣合いからモーメント反力M_Aを求める。



$$\Sigma M_{\mathrm{A}}=5\times10+30\times\left(\frac{10}{3}\right)+M_{\mathrm{A}}=0$$

$$M_A=-50-100=-150\text{kN/m}$$

$M_{\mathrm{A}}=150$kN/mは、仮定と逆向き（反時計回り）に作用する。

答　1．

過去問題-5

出題：R元.61

図のように、単純梁に等変分布荷重を作用させたとき、支点Aに作用する鉛直反力の大きさはおよそいくらか。

ただし、梁の自重は無視できるものとする。

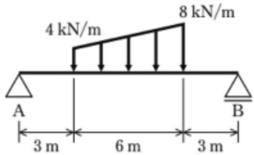
１．9kN

２．11kN

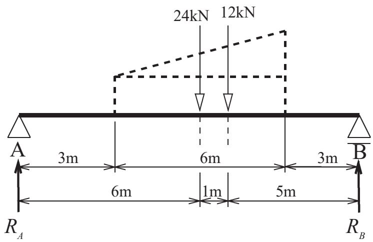
３．13kN

４．15kN

５．17kN



解　説



支点に生ずる鉛直反力は、上向きに作用するものとして計算する。

台形を三角形と長方形に分割し、それぞれの換算荷重とその作用位置を求める。

支点Aの鉛直反力R_Aは、支点Bにおけるモーメントの力の釣合いから求める。

$\Sigma M_B = +R_A \times 12 - 24 \times 6 - 12 \times 5 = 0$　より　$R_A = 17\text{kN}$（上向き）

［別解］　換算荷重の作用位置を間違わないように、三角形のみの換算荷重を載せた場合と、長方形のみの換算荷重を載せた場合について、それぞれの鉛直反力R_Aを求め重ね合わせてもよい。

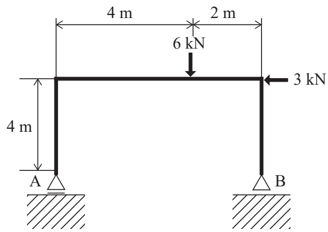
答　５．

過去問題-6

出題：H30.61

図のように、静定ラーメンに集中荷重が作用したとき、支点A、Bに生じる鉛直反力RA、RBの大きさの組合せとして最も妥当なのはどれか。ただし、部材の自重は無視できるものとする。

	R_A	R_B
１．	1kN	5kN
２．	2kN	4kN
３．	3kN	3kN
４．	4kN	2kN
５．	5kN	1kN



解　説

支点に生ずる鉛直反力は、上向きに作用するものとして計算する。

支点Aの鉛直反力R_Aは、支点Bにおけるモーメントの力の釣合いから求める。

$\Sigma M_B = + R_A \times 6 - 6 \times 2 - 3 \times 4 = 0$　より　$R_A = 4$kN（上向き）

支点Bの鉛直反力R_Bは、支点Aにおけるモーメントの力の釣合いから求める。

$\Sigma M_A = +6 \times 4 - 3 \times 4 - R_B \times 6 = 0$　より　$R_B = 2$kN（上向き）

答　4.

過去問題-7

出題：R2.61

図のように、梁に鉛直集中荷重P、$2P$と水平集中荷重$3P$がそれぞれ作用しているとき、支点Aに作用する鉛直反力の大きさとして最も妥当なのはどれか。

ただし、梁の自重は無視できるものとする。

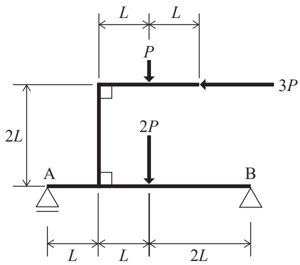
1．$3P$

2．$\frac{7}{2}P$

3．$4P$

4．$\frac{9}{2}P$

5．$5P$



解　説

支点に生ずる鉛直反力は、上向きに作用するものとして計算する。

支点Aの鉛直反力R_Aは、支点Bにおける鉛直集中荷重P、$2P$と水平集中荷重$3P$のモーメントの力の釣合いから求める。

$$\Sigma M_{\mathrm{B}} = +R_{\mathrm{A}} \times 4L - P \times 2L - 2P \times 2L - 3P \times 2L = 0$$

より　$R_{\mathrm{A}} = 3P$（上向き）

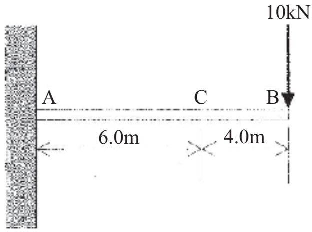
答　1．

過去問題-8

出題：H20.12

図のように、片持梁に集中荷重が作用しているとき、点Cに生じるせん断力と曲げモーメントの値はおよそいくらか。ただし、梁の自重は無視する。

	せん断力	曲げモーメント
1．	4.0kN	−60kN/m
2．	6.0kN	−40kN/m
3．	6.0kN	−60kN/m
4．	10kN	−40kN/m
5．	10kN	−60kN/m



解　説

片持ち梁は、自由端から計算すれば、反力の計算をしなくても内力を計算できる。梁の右側から左側へ向かい計算する場合、せん断力は下向きの外力を正とし、曲げモーメントは、反時計回りを正として計算する。

$S_C = +10\text{kN}$

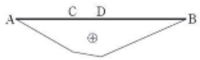
$M_C = -10 \times 4 = -40\text{kN/m}$

答　4．

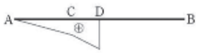
過去問題-9　　出題：H25.61

図のように、単純梁に鉛直方向の集中荷重が作用しているとき、曲げモーメント図の概形として最も妥当なのはどれか。ただし、梁の自重は無視する。

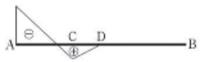
1.



2.

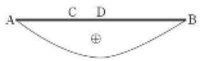


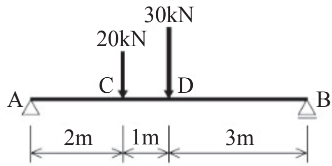
3.



4.

5.





解　説

単純梁の曲げモーメントは、両支点で０となる。また、荷重が作用していない区間の曲げモーメント図は、三角形または台形となる。集中荷重が作用する点で、曲げモーメント図は線が折れる。

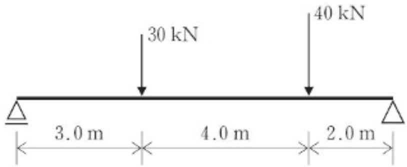
答　１.

過去問題-10

出題：H23.13

図のように、単純梁に鉛直集中荷重が加わっているときの梁にかかる曲げモーメントの大きさの最大値はおよそいくらか。

1．77kN/m
2．82kN/m
3．87kN/m
4．92kN/m
5．97kN/m



解　説

可動支点をA、回転支点をBとし、$\Sigma M_B=0$より、可動支点の鉛直反力R_Aを求める。

$\Sigma M_B=R_A\times9-30\times6-40\times2=0$　これより、$R_A=\frac{260}{9}$ kN（28.9kN）となる。

単純梁では、せん断力の符号が正から負に変化する点にて最大曲げモーメントが生ずる。せん断力を、梁の左側から右側へ向かい計算する場合、上向きの外力を正として計算する。荷重30kNの位置のせん断力は、$28.9-30=-1.1$kNと負のせん断力となり、この位置で最大曲げモーメントが生ずる。したがって、以下のように求められる。

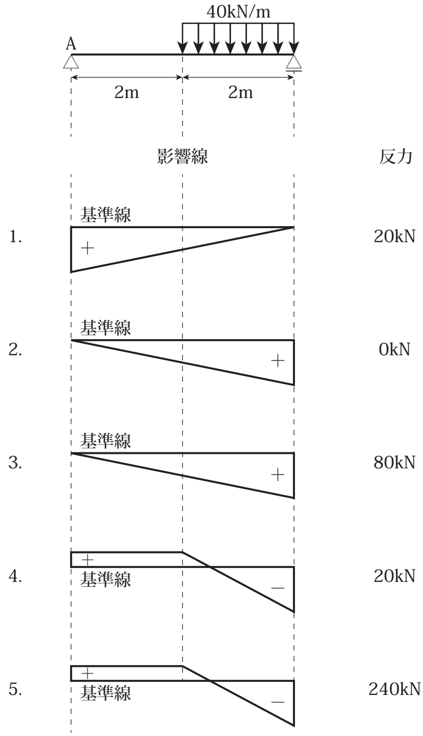
$$M_{max}=\frac{260}{9}\times3=86.7\text{kN}\fallingdotseq87\text{kN}$$

［別解］　単純梁に集中荷重が作用する時の曲げモーメントは、集中荷重が作用する位置で、曲げモーメント図の線形が折れ曲がる。問は荷重が2つしかないので、集中荷重30kN、40kNの位置でそれぞれ曲げモーメントを求め、数値を比較してもよい。

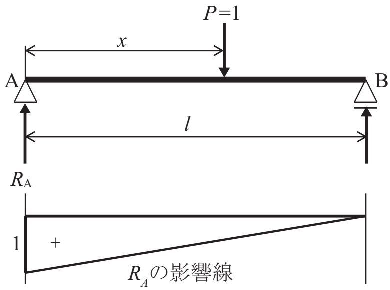
答　3．

過去問題-11　出題：H27.61

図のように鉛直荷重が作用している単純梁がある。支点Aにおける反力の影響線と、支点Aにおける反力の大きさの組合わせとして最も妥当なものはどれか。ただし、梁の自重は無視する。



解　説



支点Aの反力をR_Aとして、$\Sigma M_B=0$から支点Aの反力の影響線を求める。

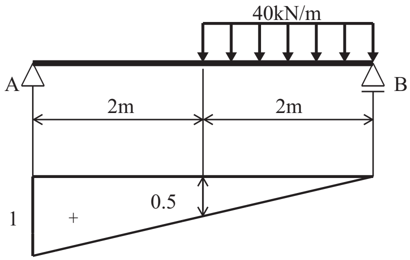
$\Sigma M_B = R_A \times l - P \times (l - x) = 0$

R_Aについて展開し、$P=1$を代入して式を整理すると、$R_A = 1 - \dfrac{x}{l}$を得る。

$x=0$のとき　$R_A=1$

$x=l$のとき　$R_A=0$

を図示し、支点Aの反力の影響線を得る。



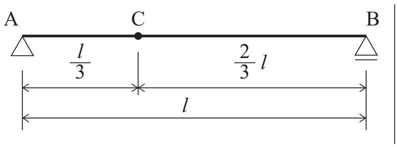
R_A＝等分布荷重の大きさ×分布荷重の範囲における影響線面積

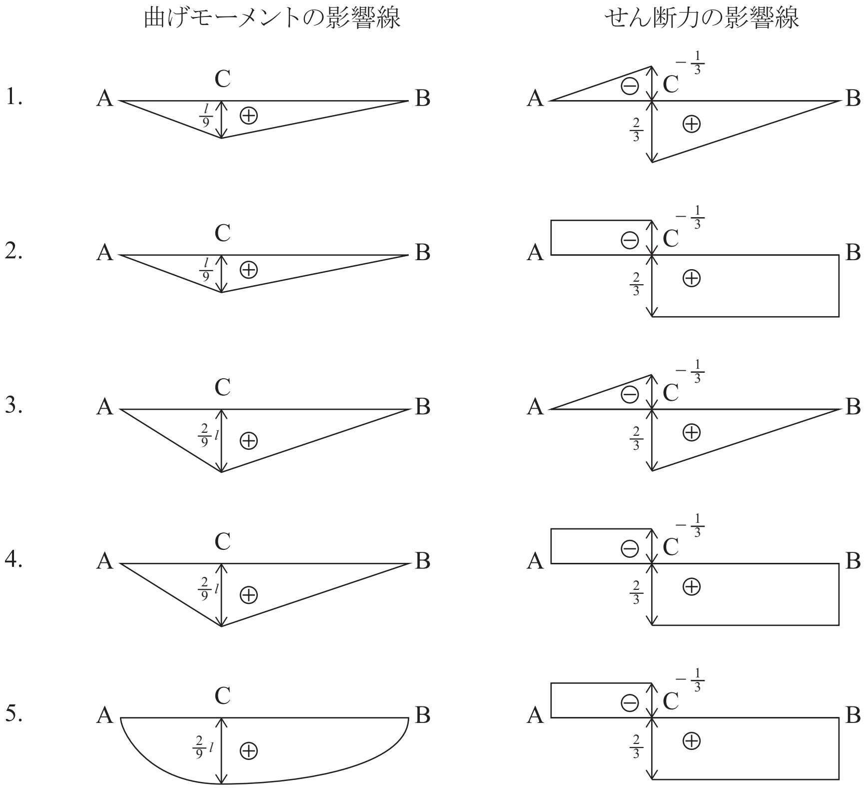
$$= 40 \times \frac{2 \times 0.5}{2} = 20\text{kN}$$

答　1.

過去問題-12　出題：H15.12

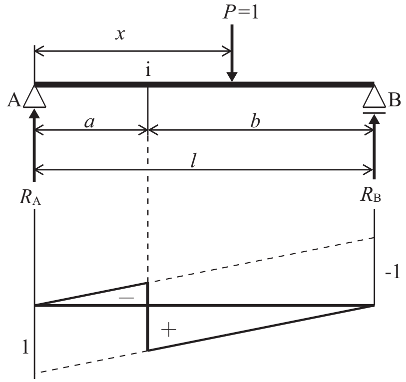
図のような支間lの単純梁の点Cにおける曲げモーメントの影響線とせん断力の影響線の組合せとして最も妥当なものはどれか。





解　説

任意点iにおけるせん断力の影響線を求める。（反力R_Aの影響線は過去問題-11にて解説）



単位荷重がAi間にあるときのi点のせん断力

$$Si = R_A - P = \left(1-\frac{x}{l}\right) - 1$$
$$= -\frac{x}{l}$$

$x=0$のとき、$S=0$

$x=l$のとき、$S=-1$

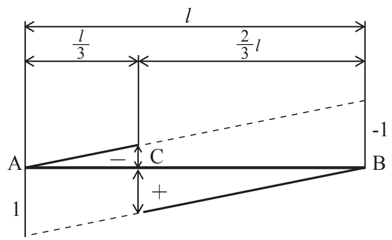
単位荷重がiB間に移動した時のi点のせん断力

$$Si = R_A = \left(1-\frac{x}{l}\right)$$

$x=0$のとき、$S=1$

$x=l$のとき、$S=0$

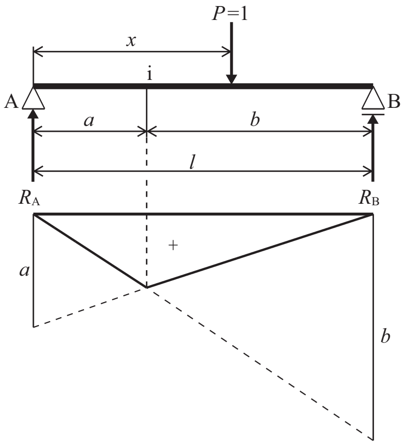
適用範囲を考慮して、任意点iのせん断力の影響線を得る。



C点での影響線の正の縦距は、三角形の相似より、$l:1=\frac{2}{3}l$：正の縦距から、正の縦距$=\frac{2}{3}$となる。

一方、負の縦距は、$l:-1=\frac{1}{3}$：負の縦距から、負の縦距$=-\frac{1}{3}$となる。

任意点iにおける曲げモーメントの影響線を求める。（反力R_Aの影響線は過去問題-11にて解説）



単位荷重がAi間にあるときのi点の曲げモーメント

$$Mi=R_A\times a-P\times(a-x)$$
$$=x(1-\frac{a}{l})$$

$x=0$のとき$M=0$

$x=l$のとき$M=b$

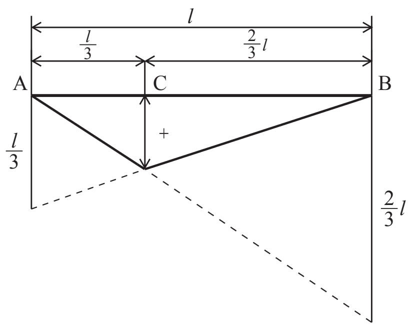
単位荷重がiB間に移動した時のi点の曲げモーメント

$$Mi=R_A\times a=(1-\frac{x}{l})a$$

$x=0$のとき$M=a$

$x=l$のとき$M=0$

適用範囲を考慮して、任意点iの曲げモーメントの影響線を得る。



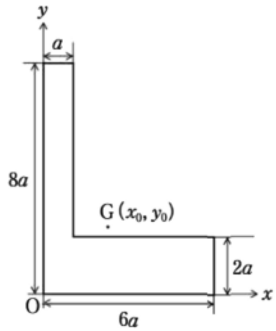
C点における、影響線の縦距は、支点Aまたは支点Bを頂点とする三角形の相似より求める。支点Aを頂点とする三角形から縦距を求めれば、l：$\frac{2}{3}l=\frac{1}{3}$：縦距　から、縦距$=\frac{2}{9}l$

答　３．

過去問題-13　出題：H30.63（H20.14類題）

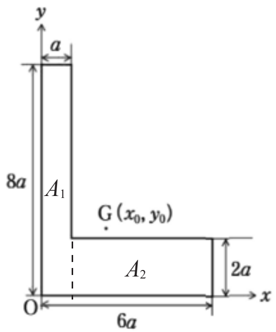
図のような断面における図心Gの座標（x_0, y_0）の組合せとして最も妥当なのはどれか。

	x_0	y_0
1．	$\frac{11}{6}a$	$\frac{8}{3}a$
2．	$\frac{13}{6}a$	$\frac{7}{3}a$
3．	$3a$	$4a$
4．	$\frac{11}{3}a$	$\frac{8}{3}a$
5．	$\frac{13}{3}a$	$\frac{7}{3}a$



解　説

図のように断面A_1と断面A_2に分割し計算する。



断　　　面	A_1	A_2
断　面　積	$8a^2$	$10a^2$
x軸から図心までの距離	$4a$	a
y軸から図心までの距離	$0.5a$	$3.5a$

図形全体の断面積A：$18a^2$

断面一次モーメントは、分割した断面積にx軸またはy軸からの距離を掛けたし合わせて求める。

$$Q_x = 8a^2 \times 4a + 10a^2 \times a = 42a^3$$

$$Q_y = 8a^2 \times 0.5a + 10a^2 \times 3.5a = 39a^3$$

図心は、断面一次モーメントを図形全体の断面積Aで割って求める。

図心Gのx座標は$\dfrac{Q_y}{A} = \dfrac{39a^3}{18a^2} = \dfrac{13}{6}a$　　図心Gのy座標は$\dfrac{Q_x}{A} = \dfrac{42a^3}{18a^2} = \dfrac{7}{3}a$

答　2．

過去問題-14　出題：R元.62（類題　R3.62）

図のような三角形断面の図心軸に関する断面二次モーメントとして最も妥当なのはどれか。

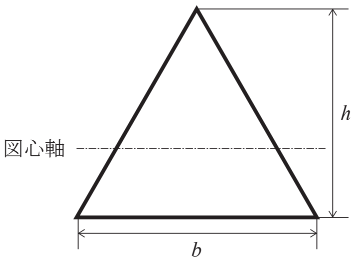
1． $\dfrac{bh^3}{36}$

2． $\dfrac{bh^3}{24}$

3． $\dfrac{bh^3}{12}$

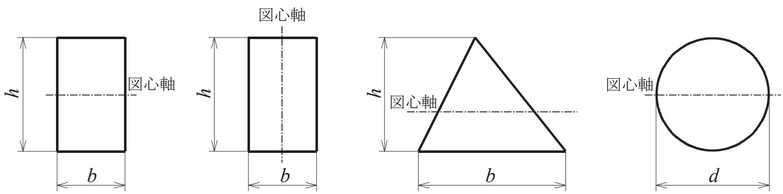
4． $\dfrac{b^3h}{36}$

5． $\dfrac{b^3h}{12}$



解　説

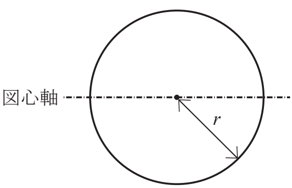
単純な断面は、図心軸に関する断面二次モーメントを暗記しておくべきである。



$I = \dfrac{bh^3}{12}$　　$I = \dfrac{hb^3}{12}$　　$I = \dfrac{bh^3}{36}$　　$I = \dfrac{\pi d^4}{64}$

長方形　　三角形　　円

円断面にて、断面二次モーメントを半径rで表現する場合



半径をrとし、dに$2r$を代入して式を整理する。

$$I = \frac{\pi r^4}{4}$$

答　1．

過去問題-15

出題：H26.63

図のような中空断面の図心軸に関する断面二次モーメントはいくらか。

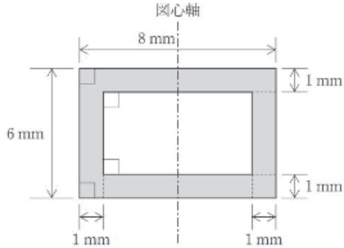
1．32mm^4

2．112mm^4

3．144mm^4

4．184mm^4

5．256mm^4



解　説

中空断面であるので、外側の断面（6mm ×8mm）から内側の断面（4mm × 6mm）を引いて計算する。また、図心軸の方向に注意して式をたてる。

$$I=\frac{6\times8^3}{12}-\frac{4\times6^3}{12}=184\text{mm}^4$$

答　4．

過去問題-16　出題：H21.13

図のような長方形断面の図心Gを通る図心軸nx-nxに関する断面二次モーメントInxと図心軸ny-nyに関する断面二次モーメントInyの比$\frac{Inx}{Iny}$が2であるとき、bとhの長さの比$\frac{b}{h}$として最も妥当なものはどれか。

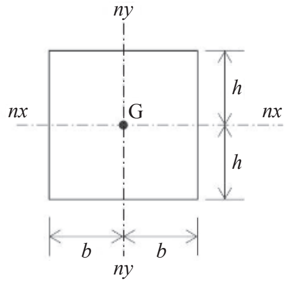
1．$\frac{1}{2}$

2．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

3．1

4．$\sqrt{2}$

5．2



解　説

$$Inx = \frac{2b \times (2h)^3}{12} = \frac{4}{3}bh^3 \qquad Iny = \frac{2h \times (2b)^3}{12} = \frac{4}{3}hb^3$$

$\frac{Inx}{Iny}$＝2に上式を代入して、$\frac{b}{h}$の比を求める。

$$\frac{\frac{4}{3}\ bh^3}{\frac{4}{3}hb^3} = 2 \text{より} \quad \rightarrow \quad \frac{h^2}{b^2} = 2 \quad \rightarrow \quad \frac{b^2}{h^2} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{b}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

二乗は平方根で開き、有理化して式を整理する。

$$\frac{b}{h} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

答　2．

過去問題-17

出題：H25.62

図のように、断面積400mm^{2}で弾性係数2.0×10^5N/mm^{2}の鋼材を20kNの力で引っ張ったとき、鋼材のひずみはおよそいくらか。ただし、鋼材に生じる軸方向応力の大きさは、比例限度を超えないものとする。また、鋼材の自重は無視する。

1．2.0×10^{-4}
2．2.5×10^{-4}
3．3.0×10^{-4}
4．3.5×10^{-4}
5．4.0×10^{-4}

解　説

鋼材に作用する軸方向応力は、$\sigma=\dfrac{P}{A}$で求められる。また、応力が比例限度を超えないことからフックの法則が成立し、応力σとひずみεは一定の傾きE（弾性係数）をもった直線となり$\sigma=E\varepsilon$で表される。ここで、$\sigma=\dfrac{P}{A}=E\varepsilon$と表されるため、鋼材のひずみは$\varepsilon=\dfrac{P}{AE}$となる。また、数値の代入では、力の単位を［N］、長さの単位を［mm］として計算する。

$$\varepsilon=\frac{P}{AE}=\frac{20\times10^3}{400\times2.0\times10^5}=2.5\times10^{-4}$$

答　2.

過去問題−18　出題：H15.27

長さ1m、断面積300mm^{2}の一様な鋼材に対し、大きさ40kNの引張荷重を作用させたとき、この鋼材の伸びはおよそいくらか。ただし、鋼材の弾性係数を2.1×10^{5}N/mm^{2}とする。また、このとき鋼材に生ずる軸方向応力度の大きさは、比例限度を超えないものとする。

1．0.630mm
2．0.635mm
3．0.640mm
4．0.645mm
5．0.650mm

解　説

鋼材に作用する軸方向応力とフックの法則から$\sigma=\dfrac{P}{A}=E\varepsilon$を得る。また、ひずみは、鋼材のもとの長さ（$l$）に対する伸び量（$\Delta l$）比で表され$\varepsilon=\dfrac{\Delta l}{l}$と示される。これを代入し、伸び量（$\Delta l$）について式を整理する。また、数値の代入では、力の単位を［N］、長さの単位を［mm］として計算する。

$$\Delta l=\frac{Pl}{AE}=\frac{40\times10^3\times1\times10^3}{300\times2.1\times10^5}=\frac{40}{63}\fallingdotseq0.635\text{mm}$$

答　2．

過去問題-19　出題：H21.11

図のように、直径20mm、長さ80cmの丸い鋼材を軸方向力40kNで引っ張ったところ、0.51mm伸びた。この鋼材の弾性係数（ヤング係数）はおよそいくらか。ただし、鋼材に生じる軸方向応力の大きさは、比例限度を超えないものとする。

1．8.0×10^4N/mm^2
2．1.2×10^5N/mm^2
3．1.6×10^5N/mm^2
4．2.0×10^5N/mm^2
5．2.4×10^5N/mm^2

解　説

鋼材に作用する軸方向応力とフックの法則から$\sigma=\dfrac{P}{A}=E\varepsilon$を得る。

また、$\varepsilon=\dfrac{\Delta l}{l}$を代入し、$E$について式を整理する。

$$E=\frac{P}{A}\times\frac{l}{\Delta l}=\frac{40\times10^3}{\dfrac{3.14\times20^2}{4}}\times\frac{800}{0.51}\fallingdotseq2.0\times10^5\text{N/mm}^2$$

答　4．

過去問題-20　出題：H22.11

直径20mmの円形断面をもつ、許容引張応力140N/mm^{2}の鋼棒を軸方向力50kNで引っ張る。このとき、鋼棒の安全性を判定した記述として最も妥当なのはどれか。

1．鋼棒に生じる引張応力は、約40N/mm^{2}であるので、この鋼棒は安全といえる。

2．鋼棒に生じる引張応力は、約80N/mm^{2}であるので、この鋼棒は安全といえる。

3．鋼棒に生じる引張応力は、約80N/mm^{2}であるので、この鋼棒は安全とはいえない。

4．鋼棒に生じる引張応力は、約160N/mm^{2}であるので、この鋼棒は安全といえる。

5．鋼棒に生じる引張応力は、約160N/mm^{2}であるので、この鋼棒は安全とはいえない。

解　説

鋼棒が安全であるためには、鋼棒に生じる引張応力と許容引張応力に次の関係が成り立たなくてはならない。

鋼棒に生じる引張応力　≦　許容引張応力

これより、鋼棒に生じる引張応力を求める。$\sigma=\dfrac{P}{A}$より、

$$\sigma=\frac{50\times10^3}{\dfrac{3.14\times20^2}{4}}\fallingdotseq160\text{N/mm}^2$$

鋼棒に生じる引張応力 160N/mm^2＞許容引張応力 140N/mm^{2}より安全とはいえない。

答　5．

過去問題-21　出題：H29.63

直径20mmの一様な円形断面の鋼材に50kNの引張力を加えたところ、鋼材の直径は5.0×10^{-3}mm細くなった。この鋼材のポアソン比はおよそいくらか。

ただし、鋼材のヤング係数を2.0×10^{5} N/mm^2、円周率を3.14とする。

1．0.1
2．0.2
3．0.3
4．0.4
5．0.5

解　説

軸方向のひずみ$\dfrac{P}{A}=E\varepsilon$　より $\varepsilon=\dfrac{P}{AE}$

$$P=50\times10^{3}\text{N}、A=\frac{\pi\times20^{2}}{4}=100\pi\ \text{mm}^{2}、E=2.0\times10^{5}\ \text{N/mm}^{2}$$

を代入し、式を整理すると $\varepsilon=\dfrac{50\times10^{3}}{100\pi\times2.0\times10^{5}}=\dfrac{1}{400\pi}$

軸と直角方向のひずみ　$\varepsilon=-\dfrac{\text{縮み量}}{\text{鋼材の直径}}=-\dfrac{5.0\times10^{-3}}{20}=-\dfrac{1}{4000}$

ポアソン比$\nu=-\dfrac{\text{軸と直角方向のひずみ}}{\text{軸方向のひずみ}}=\quad-\dfrac{-\dfrac{1}{4000}}{\dfrac{1}{400\pi}}=\dfrac{1}{10}\pi=0.314$

この鋼材のポアソン比は、0.314となる。

答　3．

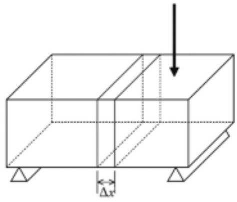
過去問題-22

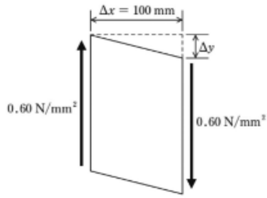
出題：R2.63

図Ⅰのように、ある荷重が作用するコンクリートの長方形部材から微小部分Δxを取り出したとき、図Ⅱのように、Δxが100mm、作用するせん断応力度が0.60N/mm^{2}となった。このとき、変形量Δyはおよそいくらか。

ただし、コンクリートのせん断弾性係数は1.2×10^4 N/mm^{2}とする。

1．4.0×10^{-3}mm
2．4.5×10^{-3}mm
3．5.0×10^{-3}mm
4．5.5×10^{-3}mm
5．6.0×10^{-3}mm





解　説

せん断弾性係数 $G=\dfrac{\tau\ (\text{せん断応力})}{\gamma\ (\text{せん断ひずみ})}$ より

$$\gamma=\frac{\tau}{G}=\frac{0.60}{1.2\times10^4}=\frac{1}{2\times10^4}=0.5\times10^{-4}=5.0\times10^{-5}$$

せん断ひずみ $\gamma=\dfrac{\Delta y\ (\text{変形量})}{\Delta x\ (\text{微小部分})}$ より

$$\Delta y=\gamma\times\Delta x=5.0\times10^{-5}\times100=5.0\times10^{-3}\text{mm}$$

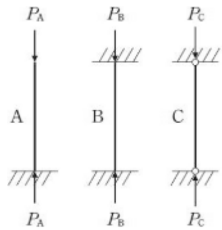
答　3

過去問題-23

出題：H21.14

図のように、支持構造の異なる長柱A（一端固定、他端自由）、長柱B（両端固定）、長柱C（両端ヒンジ）がある。それぞれの座屈荷重をP_A、P_B、P_Cとしたとき、それらの大小関係を表しているものとして妥当なものはどれか。ただし、長柱の材質、断面、長さは等しく、いずれも線形弾性体であるものとする。

1．$P_A = P_B = P_C$
2．$P_A > P_C > P_B$
3．$P_B > P_A > P_C$
4．$P_B > P_C > P_A$
5．$P_C > P_B > P_A$



解　説

長柱の支持方法によって定まる係数（n）を比較して座屈荷重の大小を比較する。長柱A（一端固定、他端自由）は$n = \frac{1}{4}$、長柱B（両端固定）は$n = 4$、長柱C（両端ヒンジ）$n = 1$となる。長柱Aの係数を基準にして比率を求めると、A：B：C＝1：16：4となり、Aに比べ、Bは16倍、Cは4倍の荷重を支えることができる。

［別解］　材質や断面が等しいので、換算長（有効長さ）を比較して座屈荷重の大小を比較することもできる。長柱の長さが等しいのでlとし、それぞれ換算長（有効長さ）l_rを求める。長柱A（一端固定、他端自由）$l_r = 2l$、長柱B（両端固定）$l_r = 0.5l$、長柱C（両端ヒンジ）$l_r = l$となる。

換算長（有効長さ）の値が大きいほど座屈しやすい。最も座屈しにくい長柱Bに対し、最も座屈しやすい長柱はAとなる。

答　4．

過去問題 -24　出題：H27.62

図のような一端自由、他端固定支持の長柱に鉛直集中荷重Pが作用しているとき、この長柱の座屈荷重として正しいのはどれか。ただし、長柱の長さはl、弾性係数はE、断面二次モーメントはIとし、解答にあたってはオイラーの公式を用いてよい。

$$P_{cr}=\frac{n\pi^2EI}{l^2}\text{または}P_{cr}=\frac{\pi^2EI}{l_r^2}$$

なお、P_{cr}は座屈荷重、nは支持方法によって定まる係数、l_rは柱の換算長（有効長さ）とする。

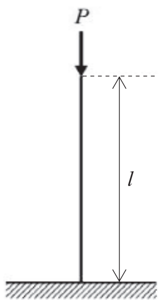
１．$\dfrac{\pi^2EI}{l^2}$

２．$\dfrac{\pi^2EI}{2l^2}$

３．$\dfrac{\pi^2EI}{3l^2}$

４．$\dfrac{\pi^2EI}{4l^2}$

５．$\dfrac{\pi^2EI}{5l^2}$



解　説

支持方法によって定まる係数、または、換算長（有効長さ）のいずれかを使って解けばよい。

支持方法によって定まる係数から計算する場合$n=\dfrac{1}{4}$を代入し式を整理する。

$$P_{cr}=\frac{n\pi^2EI}{l^2}=\frac{\frac{1}{4}\pi^2EI}{l^2}=\frac{\pi^2EI}{4l^2}$$

換算長（有効長さ）から計算する場合$l_r=2l$を代入し式を整理する。

$$P_{cr}=\frac{\pi^2EI}{l_r^2}=\frac{\pi^2EI}{(2l)^2}=\frac{\pi^2EI}{4l^2}$$

答　４．

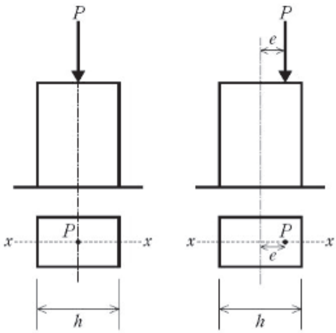
過去問題-25　出題：H25.63

柱に生じる応力に関する次の記述の㋐、㋑に当てはまるものの組合せとして最も妥当なのはどれか。

「一辺の長さがh、断面積A、断面二次モーメントIで一様な長方形断面をもつ柱において、図Ⅰのように、断面の図心上に鉛直集中荷重Pが作用したとき、柱の断面右端には、$\sigma_1 = \boxed{㋐}$の応力が生じる。

次に、図Ⅱのように、柱の図心から図心軸$x-x$軸上の偏心距離eの点にPが作用したとき、柱の断面右端には、$\sigma_2 = \boxed{㋑}$の応力が生じる。ただし、柱の自重は無視する。また、応力は引張を正とする。」

	㋐	㋑
1．	$-\dfrac{P}{A}$	$-\dfrac{P}{A}-\dfrac{Peh}{2I}$
2．	$-\dfrac{P}{A}$	$-\dfrac{P}{A}-\dfrac{Peh}{I}$
3．	$-\dfrac{P}{A}$	$-\dfrac{P}{A}+\dfrac{Ph}{Ie}$
4．	$-AP$	$-AP-\dfrac{Peh}{2I}$
5．	$-AP$	$-AP-\dfrac{Peh}{I}$

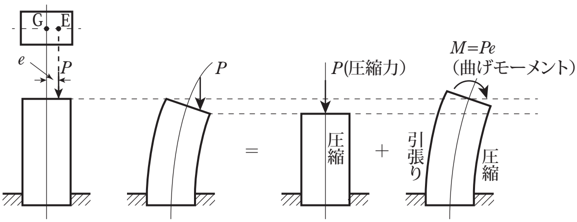


図Ⅰ　図Ⅱ

解　説

図Ⅰでは、断面の図心上に鉛直集中荷重Pが作用するため、全断面に一様な圧縮応力を生ずる。すなわち、

$$\sigma_1 = -\frac{P}{A}$$ となる。



(a) 変形前　(b) 変形前　(c) 変形Ⅰ　(d) 変形Ⅱ

図Ⅱでは、柱の図心から図心軸上に荷重が偏心しているので、図（c）と図（d）を重ね合わせた応力として表される。

すなわち、図（c）鉛直集中荷重が図心に作用する時の圧縮応力は、図Ⅰと同様に考え、

$\sigma = -\dfrac{P}{A}$ となる。

また、図（d）の曲げモーメントの作用による曲げ応力は、$\sigma = \pm\dfrac{M}{I}\times y$ で示される。

これより、偏心荷重を受ける短柱の応力は、圧縮応力と曲げ応力を重ね合わせて、

$\sigma = -\dfrac{P}{A} \pm \dfrac{M}{I}\times y$ で表される。

上の式に、$M = Pe$、$y = \dfrac{h}{2}$ を代入する。また、偏心荷重の位置から断面右端は圧縮応力が生ずるため曲げ応力の符号は（－）となる。これらから式を整理する。

$$\sigma_2 = -\frac{P}{A} - \frac{Pe}{I}\times\frac{h}{2} = -\frac{P}{A} - \frac{Peh}{2I}$$

答　1.