

河川について

1.1 河川の分類

曖昧さを排除して河川を定義することは大変難しい。「流域の水を集めて流下する水面」と言えばもっともわれわれが目にする川についての印象を示しているかもしれない。例えば、大辞林（2006）によれば「川・河：降水や湧水が、地表の細長い窪みに沿って流れるもの」とある。工学を学ぶ者は、この「窪みに沿って」を「重力によって」と書き直したくなる。また、「降水や湧水」は抽象的であり、いくつも例外を見つけることができる。社会通念上、物理的概念としての河川は「自然水流と自然水流の流水の円滑な疎通を確保するために設けられる人工水流である」（河川法令研究会，2008）が工学部の学生にわかりやすいかもしれない。これは自然な流れと人工的な流れに区別している。最も一般的な定義としては、河川法第四条第一項において「公共の水流および水面」とされており、社会通念上とは異なる。河川法の定義に従えば湖沼や用排水路なども河川と考えることになる。

別の問題として、水流というのが、いつの水流と定義されるのだろうか？ 晴れているときに目にする水流と、100年に1回のような大洪水の水流は全く違う。堤防を破壊して（破堤という）市街地まで流れているような水流も河川と定義されるのであろうか？ 一般の人にとって河川とは安定かつ定常な空間を指すようである。河川法では河川区域が定義されている。これは堤防の端から端までの区域をいう（第5章参照）。堤防が無いような場合（無堤という）は「流水が継続して存する土地の区域」または「草木の生茂^{せいも}の状況その他その状況が河川の流水が継続して存する土地に類する状況を呈している土地」とある（河川法六条）。つまり、しばしば増水時に水が流れるような箇所を河川区域としている。

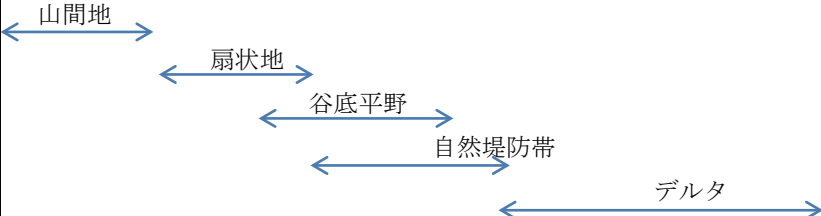
河川を航空写真や衛星写真によって眺めると、降水を集水した流れが河口に向かう様子がわかる。こうした降水が河川のある地点に集まる範囲を流域¹（Watershed, Catchment, System）と呼ぶ。この流域の境を流域界や分水嶺または分水界と呼ぶ。分水嶺から河口に向かって上流，中流，下流と区分することがある。さらに流れ方向（下流方向）に向かって左側，右側の地域をそれぞれ左岸，右岸という。ところで，上流と中流の境はどこなのだろうか？ これも難問である。特に山岳域の流域界に近い河川を溪谷河川や溪流と呼ぶことがある。河川の見え目（景観）からセグメントによって上流から下流まで区分することもある。セグメントMは溪流を，セグメント1は上流を，セグメント2は中流を，セグメント3は下流と

1 集水域，水系ともいう

おおよそ対応している。このセグメントは粒径や勾配など様々な要因で区分するが、それぞれの項目が必ずしも合致するわけではなく、厳密に上中下流を区分することは難しい。源流付近を流れて溪谷を形成している溪谷河川や、扇状地を流れる扇状地河川の名称もある。また、下流で特に潮汐の影響を受ける河川を感潮河川という。

河川には様々な分類があるが、2カ国以上の国に接するまたは2カ国以上の国内を流下する河川のことを国際河川と呼ぶ。世界には200以上あるといわれている。代表的な国際河川

表 1.1 河川の分類

項目	セグメント M	セグメント1	セグメント 2		セグメント 3
			2-1	2-2	
地形区分					
河 床 材 料 の 粒 径	さまざま	2cm 以上	3～1cm	1cm～0.3mm	0.3mm 以下
河 岸 構 成 物 質	岩が露出し ていること が多い	表層に砂，シル トが乗ること があるが薄く， 河床材料と 同じ物質が 占める	下層は河床材料と同一．細 砂，シルト，粘土の混合物		シルト，粘土
勾 配 の 目 安	さまざま	1/60～1/400	1/400～1/5,000		1/5,000 以下
蛇行程度	さまざま	少ない	激しいが川幅水深比が大きい ところでは 8 字蛇行または島の発生		さまざま
河 岸 浸 食 程 度	非常に激しい	非常に激しい	中位		弱い
低水路 ² の 平均深さ	さまざま	0.5～3m	2～8m		3～8m

として、ライン川、ドナウ川、ナイル川、メコン川などがある。一方、日本国内においては、河川の管理者によって一級河川、二級河川、準用河川、普通河川と区分している。一級河川は「国土保全または国民経済上特に重要な水系で政令で指定したもの（いわゆる一級水系）に係る河川で国土交通大臣が指定したもの」と河川法で決められている。二級河川は「いわゆる一級水系以外の水系で公共の重要な利害に関係あるもの（いわゆる二級水系）に係る河川で都道府県知事が指定したもの」である。この他、「一級河川および二級河川以外の河川で市町村長が指定したもの」を準用河川という。一級河川、二級河川は河川法が適用され、準用河川は河川法が準用されるので、これら三つの河川を法河川という。法河川以外の「公共の水流および水面」は普通河川と呼ばれる。一級水系には二級河川が存在することはなく、一級河川、準用河川、普通河川で構成される³。二級水系も同様に二級河川、準用河川、普通河川で構成される。一級河川は大臣指定区間と知事指定区間があり、管理者を分けている。国土地理院の地形図（地図）において河川を川幅によって区分することもある。平水時の

表 1.2 河川管理区分⁴

河川種別		指定者	水系数	河川数
法河川	一級河川	国土交通大臣	109	14,060
	二級河川	知事	2,711	7,079
	準用河川	市長村長		14,323
普通河川				

幅が 1.5m 以上 5m 未満の川を 1 条河川、5m 以上を 2 条河川という。また、幅が無い枯れている川をかれ川、または水無川と呼ぶ。かれ川は河道下に水流が潜っている場合があり、こうした川を伏流河川と呼ぶ。また、河川の一部が枯れていることを瀬切れまたは瀬枯れと呼ぶ。中国の黄河では特に断流と呼ぶ。

こうした河川を数値的に区分するため、いくつかの河川の性質を表す係数が考えられた。河川密度とは流域内にある河川の占める割合を表すものとして

$$\text{河川密度} = \frac{L \text{ (本支流の長さの総計)}}{A \text{ (流域面積)}}$$

と定義されている。Horton は流域の平均幅 B として

3 滋賀県や埼玉県には二級河川がない。下流で淀川や利根川などの一級河川に接続するため、一級水系に含まれる。

4 平成 27 年 4 月 30 日現在。河川数は自治体の管理区間の変更などによって変わることがある。（国土交通省水管理・国土保全局，2016。）

$$\text{流域の平均幅 } B = \frac{A \text{ (流域面積)}}{L_m \text{ (本川の長さ)}}$$

を定義し、この流域の平均幅を用いた流域の形状係数

$$\text{形状係数} = \frac{B}{L_m}$$

を提案した。形状係数が大きいほど本川に沿った細長い川を表す。

また、河川の大きさを表すものとして分水界から始まる流れが合流して、川幅や流量が大きくなる様を表した河川次数 (Stream number, Strahler number, Horton-Strahler number, Strahler stream order) がある。源流から発した川の河川次数は 1 と表記され、一度合流すると 2 となる。河川次数 2 の河川は河川次数 1 と合流しても次数は上がらず、河川次数 2 の河川と合流すると 3 になる (図 1.1)。こうして河口において河川次数は最も大きくなる。また、河川の最も下流 (河口とは限らない) から上流に向かい、最も長い距離を取る河道を選んだ距離を特にその河川の流路長と呼ぶ。流路長を求めた流路を本川と呼び、合流する川を支川と呼ぶ。途中で分流した川は派川^{はせん}と呼ぶこともある。

1.2 河川が作る地形の名称

源流部で流れが生じると水と一緒に土砂が流れる。この様を浸食という。小さな U 字型の溝ができるが、この溝のことをリルと呼ぶ。こうした水路を形成する浸食をガリ浸食と呼ぶ。

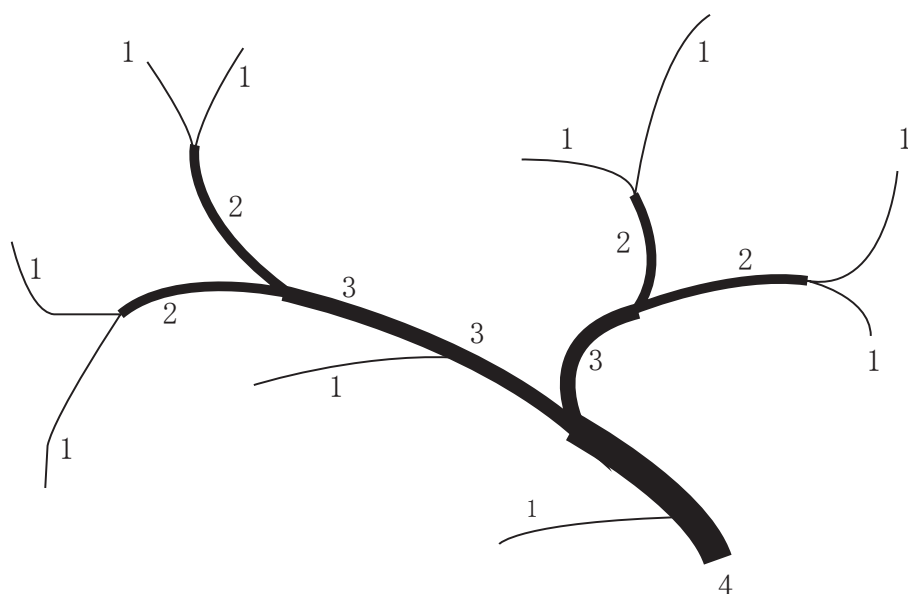


図 1.1 河川次数

リルが発達した大きな谷をガリと呼ぶこともある。流れは一般に蛇行し、左右に振れるため浸食する地域を広げる。その際、深く広く谷を形成する場合、上部が広く、下部が狭くなることがあり、階段状の河岸地形を形成することがある。これを河岸段丘と呼ぶ。浸食された土砂は、傾斜が緩い平野部に出ると、流れが遅くなるため^{たいせき}堆積する。こうした溪谷から平野部に出た土砂が扇状にたまった地形を扇状地と呼ぶ。扇状地では山地から流された大きな石や砂が多く、雨が少ない時期には伏流河川となることが多い。平野を流れる川はさらに蛇行が激しくなり、蛇行する過程で生じた河道跡が湖や沼となつて残る。これを三日月湖と呼ぶ。河道から氾濫すると、勾配が緩やかな場所に土砂を堆積する。こうしてできた周辺よりも少し高い地域（微高地）を自然堤防と呼ぶ。また、川からみた自然堤防の裏側（川から遠い地域）を後背地と呼ぶ。後背地は自然堤防が障害となり、水が残ることが多く、湿地を形成することもある。これを特に後背湿地と呼ぶ。流れによって運ばれた土砂は最終的に河口に達し、流れが極端に遅くなることから多くの土砂を落とす。河口域に堆積した土砂は微高地を広い範囲で作り、広く平坦な陸域を形成し、河道が分岐した三角州を形成する。河口だけでなく、河道が複雑に分岐合流を繰り返しているような河川を^{もうじょうかせん}網状河川と呼ぶ（図 1.2）。

1.3 河川に関する法律

法律には行政において国の制度や政策に関する理念や基本方針を示した基本法（親法）と、基本法の目的に合うように諸施策を決めて遂行するように定めた個別法とがあるが、河川行政の基本法が河川法である。河川法は 1896 年（明治 29 年）に利水よりも治水に重点を置いて制定された。これは明治 18 年と 22 年の洪水被害が大きかったためである。この際に河川

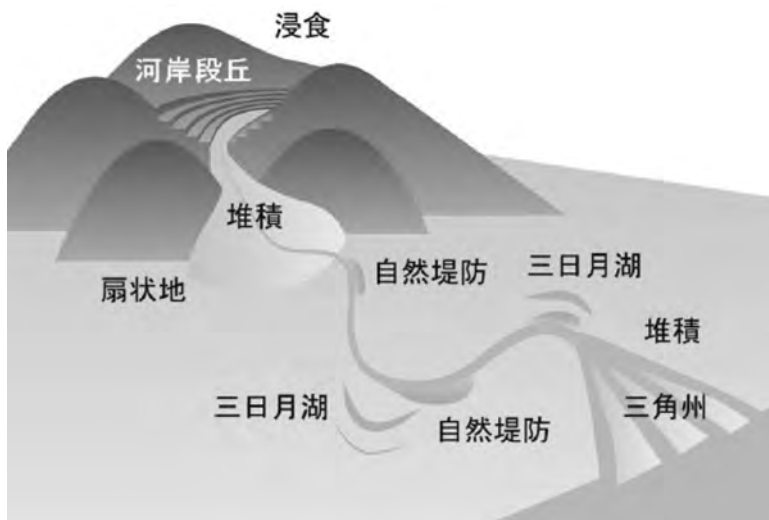


図 1.2 河川の名称

管理について体系的な法制度が確立した。この河川法を特に旧河川法と呼ぶ。旧河川法は約 70 年適用されたが、戦後の発電と工業用水の需要が増えたことと新憲法の制定による法制度の変革のため、1965 年（昭和 40 年）に現行河川法が施行され、利水関係の規定整備が進んだ。その後、社会的要請から逐次改正が行われ、1997 年（平成 9 年）に河川管理の目的に環境が追加され、樹林帯制度などが創設された。この河川法に関連した他の法律として、特定多目的ダム法、水防法、砂防法、海岸法、地すべりなど防止法などがある。この他にも水質汚濁防止法や下水道法など河川を管理する法律がある。

河川に関する法律はそのときの社会背景に影響される。これらの詳細については第 5 章で詳説する。

川へ行こう 大分水嶺

川の水が分岐して日本海と太平洋に分かれる場所を特に大分水嶺と呼ぶことがあります。岐阜県郡上市の分水嶺公園と山形県最上町の堺田が観光地として知られています。これらはおそらく人の手を入れて分岐させたと思われますが、ここから流れ出た水が片や太平洋、片や日本海に到達することは感慨深いものがあります。

これらの整備されたものとは別に水が足りないので太平洋側から日本海側にトンネルを掘って導水したものもあります。阿武隈川水系白石川支流横川から最上川水系須川支流萱平川（宮城県から山形県）へ導水している横川堰です。これは山岳地帯の県境を越えた灌漑水路としては全国で唯一（第 6 章参照）。江戸時代の 1821 年に工事が始まり、1881 年に完成を見ました。60 年の年月がかかったのは技術的な問題よりも、水利権（第 6 章）の問題でした。



堺 田



横川堰

参考文献

- 1) 国土交通省水管理・国土保全局，2016 河川データブック，2016.

河川の水利

2.1 降水

降水は河川や地下水といった陸域に存在する水の源である。降水は人為的に操作できないものであり¹，雨量の多寡に対して地上で洪水や渇水などの被害が起こらないようにすることが重要である。これが河川工学の意義の一つである。

河川計画を立てる上で，降水の規模を事前に正確に予測することは不可能であるため，過去の災害事例から対策すべき降水の規模を確率的に推定することとなる。また，近年では気象レーダー観測網の整備により，時間的・空間的に得られた降水量を基に洪水の到来を予測する技術が高まっている。

2.1.1 豪雨の種類と原因

何らかの理由によって上昇気流が発生した際，空気塊の上昇に伴う気温低下により水蒸気が凝結する。豪雨は，この上昇流の発生要因によって主に4種類，①局所的な対流による豪雨，②前線性豪雨，③低気圧性豪雨，④地形性豪雨に大別でき，それぞれに時空間的な規模や総雨量が異なる（図2.1）。

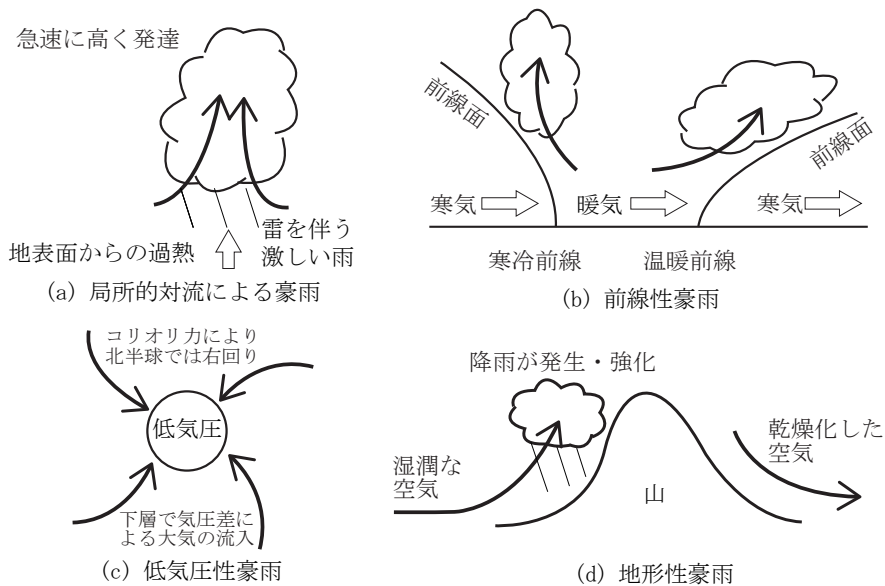


図 2.1 豪雨の種類

1 人工降雨の技術もあるが，日本では利用されていない。

局所的な対流²による豪雨とは、不安定性驟雨（instability shower）^{しゅうう}とも呼ばれる単一または少数の積乱雲によって発生する豪雨で、近年問題視されるゲリラ豪雨が典型的である。夏季の良く晴れた日に地表面が熱せられることで、サーマル（thermal）と呼ばれる局所的な上昇流が発生し、積乱雲が発生する。突発的・局所的に激しい豪雨が発生するため、急な出水に避難に間に合わず水難事故に繋がる。平成 20 年 7 月 28 日、兵庫県神戸市で発生した突発的な豪雨により都賀川の水位が急激に上昇したため、河川内の人々が逃げ遅れる被害があった。近年の都市化の影響で発生したヒートアイランド現象³がこの局所的豪雨を増加させた可能性も指摘されている。

前線性豪雨は、気団⁴同士の境界で生じる。寒暖二つの気団の界面を前線面といい、前線面と地表との交線を前線と呼ぶ。前線面では、温暖多湿の気団が寒冷側の気団により冷やされることで、水蒸気が凝結し降雨が生じる。前線面が温暖側に移動する場合には温暖前線、寒冷側に移動する場合は寒冷前線、前線面が停滞している場合を停滞前線と呼ぶ。台風や低気圧が前線を伴う場合もある。日本周辺において太平洋高気圧とオホーツク海高気圧の境界で生じる梅雨前線・秋雨前線は停滞前線の典型例であり、前線面上では複数の積乱雲⁵が乱立するため、時に激しい豪雨をもたらす。気団の空間スケールは大規模であるため、前線性降雨の空間スケールも数百 km に及ぶ大規模広域な降水をもたらす傾向がある。

低気圧性豪雨は、気圧の低い領域に向けて平面的に空気が集まった結果、中心部で上昇流に転じることにより発生する。日本において温帯低気圧は偏西風に乗って西方から去来し、発生から消滅までの寿命は数日間である。熱帯低気圧は北緯 10 度前後の太平洋上で発生したものが北上することで去来する。この熱帯低気圧のうち最大風速が 17m/s を超えたものが台風と定義されている。低気圧性豪雨は、海側から多湿の大気をもたらすため、日本の山岳域で地形性降雨による降水の激化が起こる場合もある。

地形性豪雨は、風が山の斜面にぶつかった際に生じる上昇流により発生する。日本列島は中央に山岳地帯を有し、南北に細長く海に挟まれた地形である。海側から流れ込む湿潤な空気は山地で上昇気流に乗り時には激しい豪雨をもたらす。

上記の他に、線状降水帯から発生する激しい降雨による洪水被害もある。線状降水帯は、降雨に引きずられた冷気が積乱雲の下部から平面方向に噴き出し、積乱雲外の風とぶつかることで、風上側に新たな積乱雲が連続的に発生し、帯状に積乱雲が乱立する現象である。典型的な例として、平成 27 年 9 月関東・東北豪雨における 4 日間雨量 645.5mm（今市観測所、

2 対流とは、局所的に高温な大気の部分が浮力によって鉛直上方に移動する運動である。

3 ヒートアイランドとは、都市部の気温が周辺と比べて高くなる現象である。

4 気団とは、水平方向の広い範囲で気温や湿度等がほぼ様な大気の塊である。

5 積乱雲は、強い上昇気流によって鉛直方向に著しく発達した雲である。

2015年9月7日から9月10日)や、平成29年7月の平成29年7月九州北部豪雨における日雨量516.0mm(朝倉観測所, 2017年7月5日)などが挙げられる。激しい降雨が同一地点に継続するため、大規模な洪水被害に繋がりがやすい特徴がある。

以上のような豪雨は、それぞれに時空間規模が大きく異なっている(図2.2)。それぞれは総雨量や継続時間や予測時間などが大きく異なるため、防災上において異なった対策が必要である。

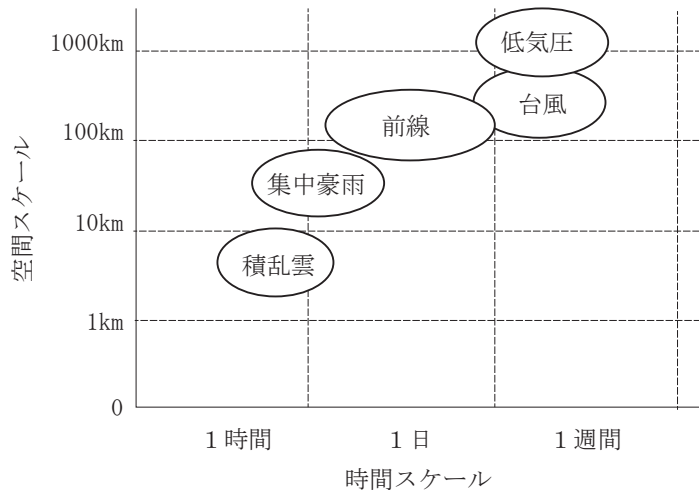


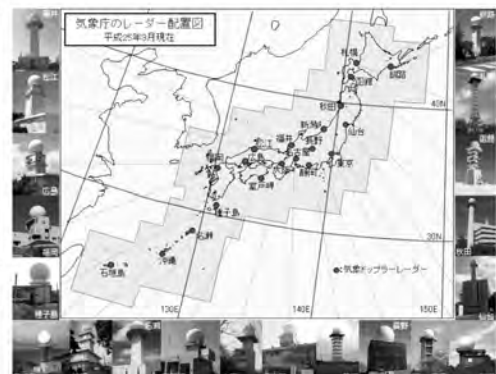
図2.2 気象現象ごとの時空間規模

2.1.2 気象レーダー

雨量の観測は主に雨量計を用いて行われてきたが、空間的な降水量分布を知るためには観測地点を多く整備する必要がありコストがかかる。そこで、近年では広域を観測できる気象レーダーを用いた雨量観測が進められている(写真2.1)。写真2.2は2013年3月時点における日本における気象庁Cバンドレーダーの設置地点である。気象レーダーはアンテナを回



写真2.1 気象レーダー(仙台管区気象台)



(気象庁ホームページ)

写真2.2 気象レーダー配置図

表 2.1 波長ごとの気象レーダーの特性

	Sバンド	Cバンド	Xバンド
波長	約10cm	約5cm	約3cm
定量観測範囲	200km以上	120km	60km
弱規模の雨の探知能力	低い	やや低い	高い
降雨減衰	極めて小さい	小さい	大きい

転させながらマイクロ波を送信し、半径数百 km 以内の反射波を受信することで雨滴からの距離や速度を観測する。気象レーダーは表 2.1 に示すようにマイクロ波の波長から S バンド、C バンド、X バンドなどに分けられ、日本では広域観測に適した C バンドレーダーが整備された後に、より探知能力が高い X バンドレーダーの導入が進んだ。一般的に気象レーダーは、波長が長い場合には広域の降雨観測に適し、短い場合には高空間分解能で弱い雨の観測も可能である。X バンドは降雨粒子が小さい積乱雲初期から観測可能であるので、2.1.1 節で述べたゲリラ豪雨のような局所的で短時間に成長する豪雨に対しての早期発見が期待されている。また、水平と垂直の電波を同時に送受信することで降雨粒子の特徴（偏平度や移動速度など）を観測できる偏波⁶レーダー（MP レーダー：multi parameter radar）の導入も進んでいる。

国土交通省は、これらの気象レーダーを用いた高性能レーダ雨量計ネットワーク（eXtended RAdar Information Network：XRAIN）の整備を進めている。XRAIN は空間解像度 250m で時間解像度 1 分ごとの面的な雨量情報を提供している。

気象レーダーは広く面的な降水量を観測できるものの、地上雨量計観測に比べると精度が低い場合がある。例えば強い降雨があると多くの電波が消散してしまい後方の降雨を過小評価する降雨減衰効果がある。そこで地上雨量計と気象レーダーによる 2 種類の観測結果を組み合わせることによって作成された精度の高い降雨量を、レーダー・アメダス解析雨量または単に解析雨量という。日本全国を 1km 解像度 30 分間隔で作成されており、気象レーダーによる様々な誤差要因を考慮した上で補正されている。

2.1.3 降水分布の推定手法

地上観測で得られる降水量は点の情報であるが、河川流量を推定する場合には降水の面的広がりが必要となる。実際には空間的に偏りの大きい降水量を限られた観測地点を基に、流域降水量や降水量分布として推定する手法が必要である。以下に降水分布を求める手法を示す。

⁶ 偏波とは、振動方向が一定の方向に限られている電磁波である。

(a) 算術平均法

流域内の全ての観測降水量を平均して流域の平均降水量を求める手法である。流域面積が小さく、地形勾配など気象条件の変化要因が少ない場合に利用できる。

(b) ティセン法 (Thiessen method)

ティセン法は、各観測点が代表する領域を設定する手法である。流域平均降水量は、その代表領域の面積と降水量との積を足し合わせて推定する。図 2.3 のように、白丸で示された観測点間を線分でつなぎ（図の点線）、その線分の垂直二等分線（図の実線）から形成される多角形（図の塗りつぶし領域）を各観測点の代表領域とする。任意の点において最も近隣の観測点の降水量を採用することになる。各観測点についてこの代表領域を設定し、降水量分布を作成する。客観的な手法であるので結果に個人差が生じにくい利点もあり、実務で広く利用されている。

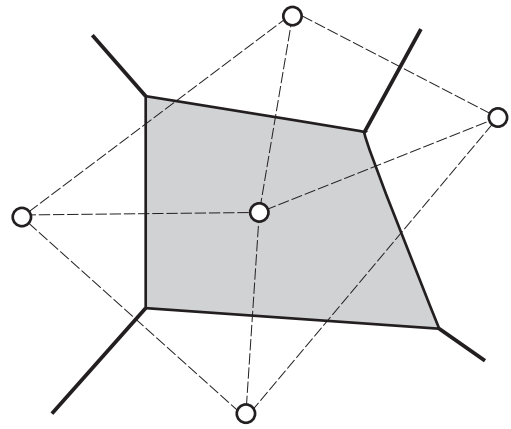
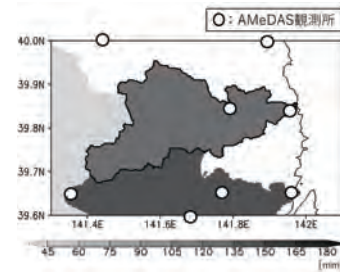


図 2.3 ティセン法

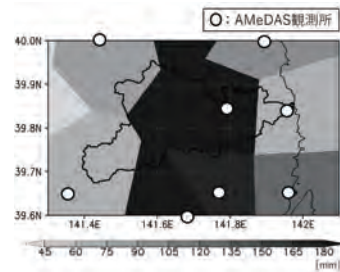
(c) 逆距離荷重法 (Inversed Distance Weight method: IDW 法)

観測点からの距離に応じた重みに従って、各グリッドのデータを求める方法である。対象の降水量を P とし、周辺の各降水量観測点までの距離を z_i 、観測点の降水量を p_i とすると、

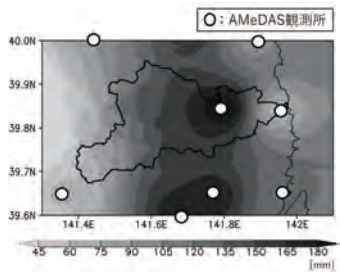
$$P = \frac{\sum_{i=1}^n w_i p_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (w_i = z_i^{-a})$$



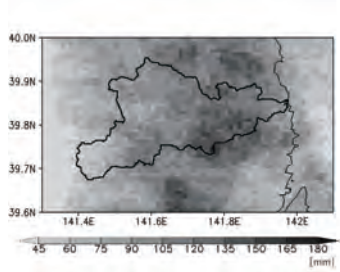
(a) 算術平均法



(b) ティセン法



(c) 逆距離荷重法



(d) レーダー雨量

図 2.4 流域降雨推定手法間の比較 (2016 年 8 月 31 日台風 10 号事例)

ここに、 a は定数である。

図 2.4 は、これらの降水分布推定手法間で推定された面的な降水量とレーダー雨量を比較したものである。対象としたのは平成 28 年に発生した台風 10 号豪雨事例であり、8 月 30 日の日雨量を示している。

2.1.4 頻度分析

河川計画で計画流量を設定する際は「50 年に 1 度の洪水」のように、洪水の生起確率で対策規模が決定される。このように確率に基づいた現象の規模を確率規模といい、例の 50 年のような期間を再現期間(return period)と呼ぶ。対策規模は再現期間によって決定され、河川の規模や氾濫想定区域の重要度によって決まる。

図 2.5 は、日本の各地域における 30 年と 50 年に 1 度の日降雨量を示したものである。地域によって値が大きく異なり、北日本の河川では 50 年に 1 度の降雨でも 200mm/day を下回っているのに対し、台風の上陸が多い九州や四国南部では 300mm/day を超える地域も多く、実に 2 倍以上の差がある。そのため、降雨量ではなく再現確率を全国で用いることで効率的な河川整備を行っている。

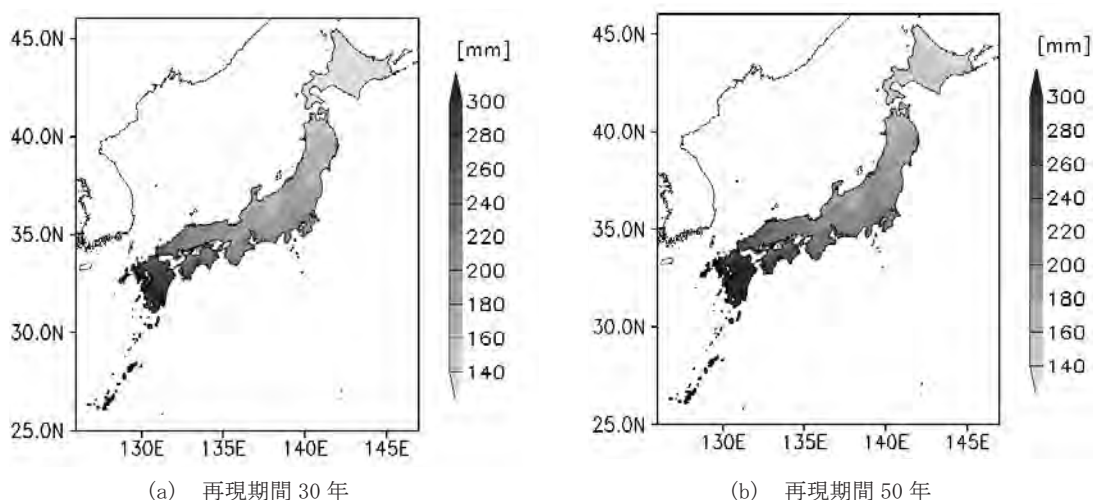


図 2.5 各再現期間における日降水量の分布図

確率規模や再現期間は、過去の洪水や降雨事例から求めることになり、この統計解析を頻度分析 (frequency analysis) という。一般に、頻度分析は降水・流量など様々な対象について行われるが、本節では降水量を例に挙げて解説する。

ある地点における年最大日降水量について、長期間にわたる観測の結果を 10mm ごとの生起回数として表すと図 2.6(a) のようになったとする。このように、事象の値幅ごとに生起頻度を示したものをヒストグラム (histogram) という。ヒストグラムは、観測数や幅の取り方によってグラフの形が変わるため普遍的な表現とは言えない。

そこで、このヒストグラムを観測総数で割ること正規化し、離散化した情報を連続的に書き表すと図 2.6(b) のようになる。この曲線を確率密度関数 (probability density function, PDF) という。縦軸が確率ではなく“確率密度”になっていることに注意する。確率密度関数では、任意の値幅と縦軸によって形成される領域の面積が確率となる。例えば図 2.6(b) では、雨量がちょうど 100mm/day になる確率が 0.2 であるという意味ではなく、90mm/day から 100mm/day の間に入る確率が図中の面積 *A* に等しいという意味になる。同様に図中の面積 *B* は 130mm/day を超える確率を表している。ここに離散化されたヒストグラムを連続した関数に変換した利点がある。確率密度関数を得られれば、任意の値幅に対して生起確率を求められるのである。

さて、ここで降水量 x の事象が確率密度関数 $f(x)$ に従って生起するとした時の累積分布関数 $F(x)$ について考える。ここで累積分布関数 (cumulative

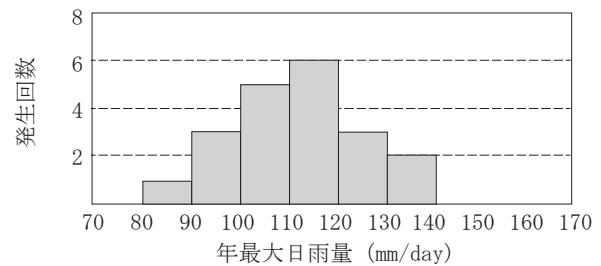
distribution function) とは、図 2.6(c) のように確率密度関数上で最小値からの累積値を表したものであり、積分値であるため値は確率密度ではなく確率である。その結果、 $F(x)$ は降水量が x を超えない確率に等しく、これを非超過確率 (non-exceedance probability) という。同時に $1-F(x)$ を超過確率 (exceedance probability) という。図 2.6(b) では、面積 *B* が 130mm/day に対する超過確率である。両者は下式のように表される。

$$F(x) = \int_0^x f(y) dy \quad (\text{非超過確率})$$

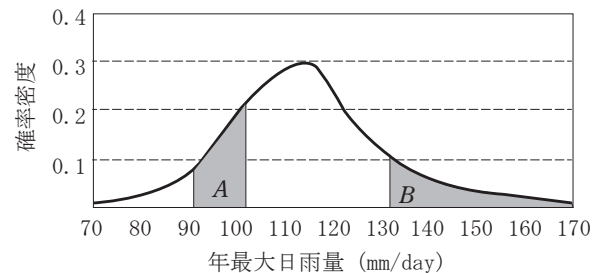
$$1-F(x) = \int_x^\infty f(y) dy \quad (\text{超過確率})$$

洪水のように一定の規模を超える災害が問題となる場合は超過確率、渇水のように一定規模を下回る事象が対象の場合は非超過確率に基づいて河川計画が行われる。

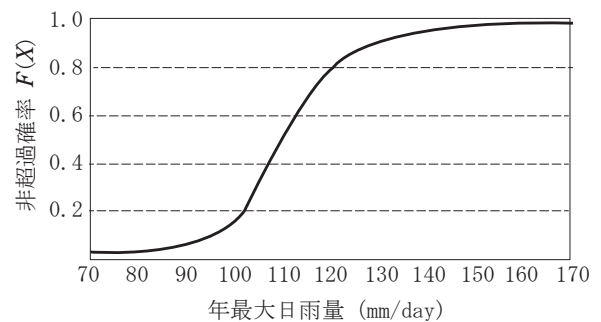
ここで、 n 年間に一度だけ降水量 x を超える事象が生起する超過確率 $P(n, x)$ を考える。 n 年間に一度生起するということは、 $n-1$ 年は生起せず 1 年だけ生起する確率であるから、上



(a) 年最大日雨量のヒストグラム



(b) 年最大日雨量の確率密度関数



(c) 累積分布関数

図 2.6 各種の頻度分布図

式を用いて

$$P(n, x) = F(x)^{n-1} (1 - F(x))$$

となる。ここで $P(n, x)$ の n に対する期待値を求めると、

$$T(x) = \sum_{k=1}^{\infty} k P(k, x) = \sum_{k=1}^{\infty} k F(x)^{k-1} (1 - F(x)) = \frac{1}{1 - F(x)}$$

となる。この時の $T(x)$ が再現期間である。超過確率が $1/P$ となるような事象が次に起こる平均的な時間は P 年であることから、再現期間 T は超過確率 $1 - F(x)$ の逆数として求められると考えることもできる。

先の例で挙げた「50 年に 1 度の降雨」とは、確率密度関数上で降水量 x から無限大までの面積が $1/50$ になるような降水量 x ということになる。以上のように、対象とする確率密度関数を求めることができれば、超過・非超過確率や再現期間を求められる。

2.2 水理学の基礎

流体力学は気体や液体のように自由に形状を変える流体を扱う力学の総称であり、特に水についての分野を水理学という。高校物理などで習うのは主に質点系力学で、固体の全質量が質点と呼ばれる一点（基本的に重心）に集中していると仮想した場合の運動を扱っている。質点系力学と同様に流体にもニュートンの法則⁷が働くため、その運動は運動方程式で記述でき、エネルギー保存則と運動量保存則を満たす。しかし、流体は形が可変であり連続して存在しているため“一つの物体”としての定義ができないところに質点系力学との決定的な違いがある。断面内を流れる水の総和といった巨視的な扱いから、局所渦などを対象に流れの一部を切り出した微視的な扱いまで、目的に応じてその見方を変えなければならない。2.2 節ではこのような流体力学の基礎を概説する。

2.2.1 質量保存の法則（連続式）

水は密度を変化させることが無いため、非圧縮性流体 (incompressible fluid) と呼ばれる。そのため水の質量保存則は体積の保存則に等しくなる。

ここで、 x, y, z 方向の流速がそれぞれ u, v, w である流れの中に、図 2.7 のように x, y, z 方向の長さが $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ である微小な直方体領域を仮想する。図中で塗りつぶされた x 方向の二断面（断面積 $\Delta y \Delta z$ ）に着眼し、片面の流速の x 成分を u_0 とすると、流速差の x 成分は図のように $\Delta x \frac{\partial u}{\partial x}$ で表されるから、 i 方向の二断面を通過する流量の差を ΔQ_i とすると、

7 ニュートンの法則とは、慣性の法則（第一法則）、力の定義（第二法則）、作用反作用の法則（第三法則）の三法則である。

$$\Delta Q_x = (u_0 + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}) \cdot \Delta y \Delta z - u_0 \cdot \Delta y \Delta z = \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \Delta y \Delta z$$

と表される。ここで質量保存の法則より直方体領域内で水の収支はゼロとなるため

$$\Delta Q_x + \Delta Q_y + \Delta Q_z = 0$$

この各項は同様に計算すると、

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \cdot \Delta x \Delta y \Delta z = 0$$

よって、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

が得られる。上式は連続式 (continuity equation) と呼ばれ、時空間的な流体運動の中で水の収支が合う質量保存を表している。連続式は様々な次元・スケールで適用でき、河川断面で積分することで、図2.8のように二断面間の質量保存則として次式が成立する。

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 + q_l$$

ここで V_i は断面 i における断面平均流速、 q_l は横流入量で、二断面間に河川内に流入する水量である。式は一次元の連続式であり、河川の複数断面間で流量の変化が横流入量 q_l に等しいことを示している。

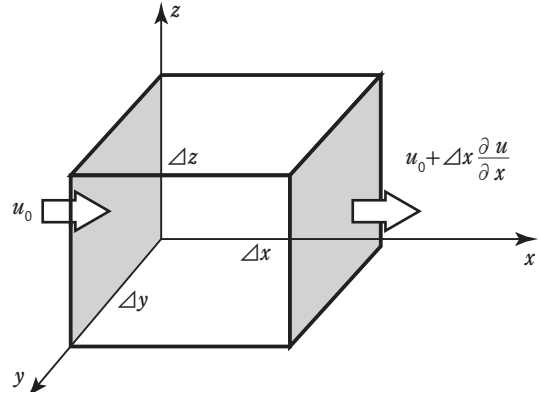


図 2.7 微小領域の質量保存

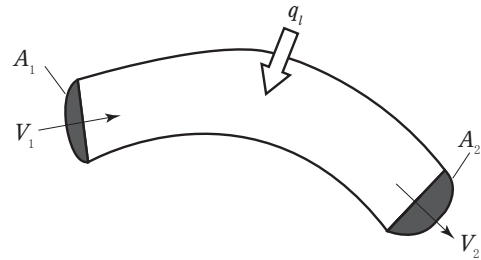


図 2.8 二断面間の質量保存

2.2.2 エネルギー保存則

質点系力学における力学エネルギーの単位は熱量 [J]、つまり仕事量として扱われることが多く、これは質点を持つエネルギーが全て仕事に変わった際の熱量として示すことが有用だったためである。一方、水理学においてエネルギーは水頭 (hydraulic head) を用いて表す。水頭は流体の全てのエネルギーが位置エネルギーに変わった際の高さであり、その単位は長さ [m] となる。質点系力学における位置エネルギー、速度エネルギーは位置水頭、速

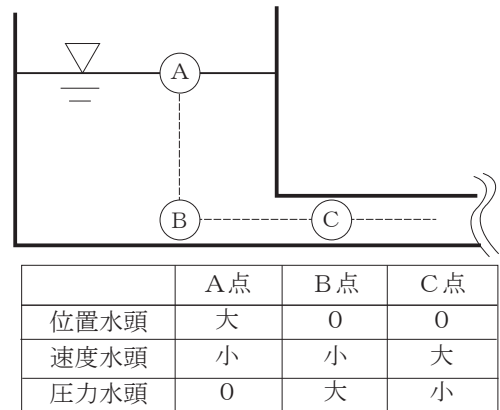


図 2.9 水槽のエネルギー保存

度水頭と表記され、加えて水理学では圧力水頭を考慮する必要がある。また、これら全ての力学エネルギーの総和を全水頭と呼ぶ。

ここで、図 2.9 のような二つの水槽に管路⁸が接続している場合を考える。摩擦を考慮しない場合、A～C の各点で全水頭は保存される。まず A 点と B 点について、2 点間では水槽の半径が変わらないため連続式により流速は一定、つまり速度水頭が変化しない。そのため A から B に至る位置水頭の変化は全て圧力水頭に変換される。これは圧力が水頭であることを示す端的な例である。図の水槽内において圧力は文字通り水頭、つまり水位と等価であるため、水槽全体でエネルギー量が一定になるのである。次に B 点と C 点について、最大の変化は通水半径の変化であり、連続式により C 点で速度水頭が大きくなる。位置水頭は変わらないため、速度水頭の増分は圧力水頭から変換されることになり、よって水槽から管路に入ると圧力が下がることが分かる。これらのエネルギー変換を表したものが図中の表であり、流れの中で力学エネルギーが変換されていく様子が示されている。

以上のエネルギー変換について数式で表すと、

$$H = \frac{v^2}{2g} + h + \frac{p}{\rho g} = (\text{一定})$$

ここに、 H ：全水頭、 h ：高さ、 v ：断面平均流速、 p ：圧力、 g ：重力加速度、 ρ ：水の密度である。式はベルヌーイの定理 (Bernoulli's law) といい、A～C 点だけでなく全ての点において成り立つ。流体力学におけるエネルギー保存を表す基本定理となっている。

2.2.3 運動量保存則

図 2.10 のように曲がった水路を考える。もしある人がこの水路の④地点で水路を支えていたとすると、水が流れた瞬間から図中の矢印と逆向きの力を受けると想像できるだろう。同様に流体自身も、作用反作用の法則により水路から矢印方向の力を受けているからこそ流れの方向を変える。では、流体は外力を受けてその流れをどのように変え、また水路が曲がる角度に対して外力の大きさはどれくらいなのだろうか。

このような問いには流体の運動量保存則が役に立つ。質点系力学において運動量は質量と速度の積として定義され、その変化は力積に等しいとされていた。一方、流体において運動量保存則の式を立てる時には、図のように曲がり前後の各断面の水圧を外力として考慮する必要がある。なお流体力学では、図のように運動の変化を対象区間前後の断面間の

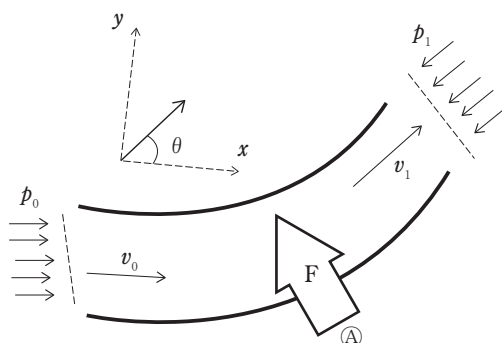


図 2.10 運動量保存

⁸ 管路とは、断面が大気と接しない閉じた流路である。

比較で記述することが多い。ここで設定した断面を検査面 (test section) と呼び、検査面間で挟まれた領域をコントロールボリューム (control volume) と呼ぶ。

流体の運動量は、

$$M = \rho Q v$$

で表される。ここに、 M ：単位時間の運動量、 ρ ：水の密度、 Q ：流量、 v ：流速である。 ρQ が単位時間に断面を通過する水の質量である。水理学では、運動量を単位時間当たりで取り扱う。式に基づいて図2.10についての運動量保存の式を立てると、運動量がベクトルであるため x y 方向それぞれについて、

$$F \cos \theta - p_1 A_1 \cos \theta + p_0 A_0 = \rho Q (v_1 \cos \theta - v_0)$$

$$F \sin \theta - p_1 A_1 \sin \theta + 0 = \rho Q (v_1 \sin \theta - 0)$$

が成立する。ここに、 F は流体が水路から受ける外力、 θ は水路の曲がり角度、 v_i は断面*i*における流速、 p_i は断面*i*における圧力、 A_i は*i*断面における断面積である。図の外力は、式に加えて連続式、エネルギー保存式を立てることで解くことができる。

2.2.4 静水圧

水が流れていない時、鉛直方向の水圧分布は下式や図 2.11 のように線形的に変化する。

$$p = \rho g (h - z)$$

ここに、 p ：圧力、 ρ ：水の密度、 g ：重力加速度、 h ：水深、 z ：鉛直方向の座標。このように水圧が深さに対して線形的に変化する場合を静水圧 (hydrostatic pressure) という。

開水路流でも流速が急激に変化しない場合には、鉛直方向の水圧分布は静水圧と仮定できる場合が多く、これを静水圧近似 (hydrostatic approximation) と呼ぶ。

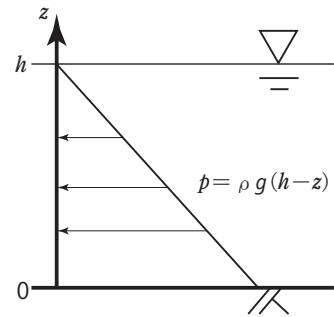


図 2.11 静水圧

2.2.5 射流と常流

十分に長い広幅開水路に水が流れている場合を考える。底面からの全水頭を表すと、

$$H_0 = \frac{v^2}{2g} + h$$

が成立する。ここに、 v ：断面平均流速、 g ：重力加速度、 h ：底面からの高さである。式のように、底面を位置エネルギーの基準とした時のエネルギーを比エネルギー (specific energy) と呼ぶ。ここで単位幅流量 q を用いると、式は

$$H_0 = \frac{q^2}{2gh^2} + h$$

となる。ここで q を一定として、比エネルギー H_0 を h で微分すると下式ができる。

$$\frac{\partial H_0}{\partial h} = -\frac{q^2}{gh^3} + 1 = -\frac{v^2}{gh} + 1$$

よって、比エネルギーと高さの関係は下式のフルード数 (Froude number) を用いると、

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gh}}$$

- ① $Fr=1$ の時、比エネルギーが最小
- ② $Fr>1$ の時、 h が大きいほど H_0 も大きくなる
- ③ $Fr<1$ の時、 h が小さいほど H_0 は大きくなる。

となる。この式から求められる h と H_0 の関係を図 2.12に示す。

① の時の水深を限界水深 (critical water depth) h_c と呼び、流量を最小の比エネルギーで流すことができる。これをベスの定理 (Böess's theorem) という。限界水深条件下では $Fr=1$ から速度水頭は

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{gh_c}{2g} = \frac{h_c}{2}$$

が成り立つため、全水頭に対する位置水頭の比は

$$\frac{h_c}{H_0} = \frac{h_c}{h_c + v^2/2g} = \frac{h_c}{h_c + h_c/2} = \frac{2}{3}$$

が成立し、全水頭の2/3であることが分かる (図中では比エネルギーが位置水頭の3/2であることが表されている)。

次に②, ③の時の流れをそれぞれ射流, 常流と呼ぶ。同じ比エネルギーに対して二つの水深が存在するが、射流では水深が低下するほど比エネルギーが増加し、速度水頭の増加が顕著になる一方で、常流では比エネルギーの増加は水深の増加を意味する。

射流は下流側の影響をほとんど受けずに流れ下る。逆に常流は下流側の影響が上流側に伝搬する。実河川において射流は斜面勾配が大きく流速が速い河川上流などで見られる。一方で、常流は下流側の水深が高い影響でゆったりと流下する流れである。

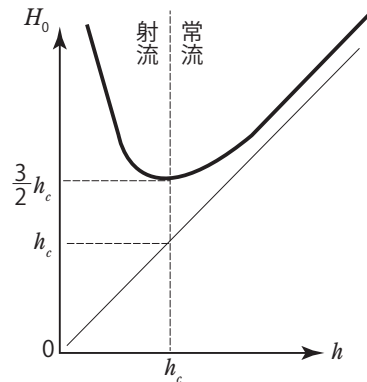


図 2.12 比エネルギーと水深

2.3 開水路

河川の流れは、上面が大気と接しているため水圧が大気圧と等しくなる。このような水面を自由水面 (free surface) といい、自由水面を持つ水路を開水路 (open channel)、その

時の流れを開水路流 (open channel flow) という。その一方で、管路 (pipe) 内の流れを管路流 (pipe flow) と呼び、開水路流と対比される。

開水路流の水理学は、洪水時の河川水位の変化や土砂輸送、橋脚部の洗堀などのように様々な現象を取り扱う。目的に応じて、流下方向一次元に流れを平均化した簡略的な解析や、精緻な三次元解析を橋脚周りの局所流に適用する解析もある。

2.3.1 平均流速公式

流れ方向が一樣な十分に長い開水路に水が流れている状態を考える。横流入が無いとき流れは自然と定常等流、つまり時空間的に流速・水深が変化しない状態となる。これは流体にかかる重力と水路壁面からの摩擦力が釣り合っている状態といえる。流速は摩擦力と水路勾配の関数となり、この時の断面平均流速を推定したものが平均流速公式である。等流を仮定するため等流公式とも呼ばれている。下記にその代表的なものを示す。

(a) マニングの平均流速公式

$$U = \frac{1}{n} R^{2/3} I_b^{1/2}$$

(b) シェジの平均流速公式

$$U = CR^{1/2} I_b^{1/2}$$

(c) 対数分布式に基づく平均流速公式

$$U = \left(6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{k} \right) u_*$$

(d) 摩擦損失係数による平均流速公式

$$U = \sqrt{\frac{2g}{f}} \cdot R^{1/2} I_b^{1/2}$$

ここに、 U は断面平均流速、 n はマニングの粗度係数、 R は径深、 I_b は水路勾配、 C はシェジの係数、 k は粗度、 u_* は摩擦速度、 g は重力加速度、 f は摩擦損失係数である。径深 R は、 A : 断面積、 S : 潤辺のとき

$$R = \frac{A}{S}$$

と定義される。ここで潤辺 S とは流れの横断面上で流れと水路の接地長さであり、摩擦に寄与している長さといえる。長方形断面の場合は水路幅 B と水深 h を用いて $B+2h$ で表される。一般に、一級河川のような大きい河川では広幅長方形断面を仮定できることが多く、この場合は $R \approx h$ となる⁹。式中でマニングの粗度係数とシェジの係数は単位を持っているた

9 長方形断面では径深 R が $R=Bh/(B+2h)$ となる。河道が広幅である場合には $B \gg h$ となるため $B+2h \approx B$ となり、 $R \approx h$ が得られる。

め、適用時には単位に注意が必要である。

上式の中で特にマンニングの平均流速公式は、等流時の流速を良好に再現するため現在も日本を含めて世界中で使われている。元々は経験式であったが、水理学を用いた流速の対数分布から理論的に説明することもできる。平均流速公式は断面平均流速を水路壁面との摩擦と水路勾配から推定する式であると言え、式が成り立つ場合には後述するように式を I_b について解くことで平均流速からエネルギー勾配の推定に用いられることもある。ここで、式の中で最も重要となるのは摩擦力を決定する粗度係数である。粗度係数は水の流れにくさを表す係数であり、水路表面の材質や植生の有無などによって決定される。主な水路材質と粗度係数 n の関係を示したのが表 2.2 である。

(d) の式は、摩擦損失水頭を求めるための経験式ダルシーワイスバッハ式

$$I_f = f \frac{1}{R} \frac{v^2}{2g}$$

より求められるものである。ダルシーワイスバッハ式は、摩擦によるエネルギー損失を、摩擦損失係数を用いて経験的に求めたものである。摩擦損失係数さえ設定すれば容易にエネルギー損失を推定できることから幅広く使用されている。開水路における摩擦損失係数は、マンニング式などと同様に水路の材質や植生の有無によって決定される。

平均流速公式は、簡略的に摩擦の効果を考慮することで等流条件下の平均流速を推定する。実際には河道の状態は空間的に異なるため、表 2.2 のように一意的に粗度係数を決めることは難しい。また適用時には、蛇行や川幅の変化などによる細かなエネルギー損失があり、これらも摩擦損失の範疇としてマンニング則からの粗度を用いて推定することとなる。そのため、粗度係数は過去の出水事例を逆算するなどして川ごとに求めている。

表 2.2 マンニングの粗度係数 [$m^{-1/3} \cdot s$]

水路の種類	材 質	値
管路	真ちゅう管	0.009~0.013
	鋳鉄管	0.011~0.015
	コンクリート管	0.012~0.016
人工水路	滑らかな木材	0.010~0.014
	コンクリート	0.012~0.018
	切石モルタル積	0.013~0.017
	粗石モルタル積	0.017~0.030
	土の開削水路（直線等断面）	0.017~0.025
	土の開削水路（蛇行不等断面）	0.023~0.030
自然河川	岩盤に開削した水路（滑らか）	0.025~0.035
	岩盤に開削した水路（粗い）	0.035~0.045
	線形、断面とも規則正しい、水深大	0.025~0.033
	線形、河床が礫、草岸	0.030~0.040
	蛇行していて、淵瀬あり	0.033~0.045
	蛇行していて、水深小	0.040~0.055
	水草が多いもの	0.050~0.080

表 2.3 平均流速公式のレベル分類

レベル	断 面	潤辺内粗度	干渉効果
1	単断面流れ	粗度一様	無
1a	単断面流れ	粗度変化	無
2	複断面流れ	粗度変化	無
2a	複断面流れ	粗度一様	無
3	複断面流れ	粗度変化	有

同一河道断面内で形状によって、流れが複数ある場合を複断面流れ、同一の流れと見なせる場合を単断面流れという。前述した平均流速公式は、粗度が一様な単断面での算定式である。実河川では、複断面である場合や粗度が一様でない場合など様々である。平均流速公式は厳密には粗度一様の単断面に対して適用されるべきであるが、簡便な手法であるため断面が複雑である場合でも表 2.3 のように断面を仮定した上で用いられる。表中の干渉効果とは、粗度の変化や樹木群などによって横断方向に流速差が生じ、横断方向の混合によって全体の流水抵抗が増大する効果である。この現象は複雑な流れを持つが、一次元流れに平均化することによって簡易的な平均流速公式で計算できる。

レベル 1a の場合の平均流速 U は、下式のように単一の式で表される。

$$U = \frac{A^{2/3}}{(\sum S_i \cdot n_i^{3/2})^{2/3}} I_b^{1/2}$$

ここに、 S_i : 区間 i における潤辺、 n_i : 区間 i における粗度係数である。平均流速公式における粗度と径深の $2/3$ 乗の積について、粗度ごとに潤辺を計算して足し合わせることで粗度の非一様性を考慮している (図 2.13)。

レベル 2 の場合は、粗度も断面も分ける必要があるため、断面平均流速を単一の式から表すことはせずに、分割された断面ごとに Manning 式を立てて計算することとなる (図 2.14)。

$$U_i = \frac{1}{n_i} R_i^{2/3} I_b^{1/2}$$

ここに、 U_i : 断面 i における平均流速、 n_i : 断面 i における粗度係数、 R_i : 断面 i における径深である。一方で、潤辺内で粗度が一様となるレベル 2a の場合には合成径深 R_c を用いることで、断面全体の平均流速を計算する。

$$R_c = \left(\frac{\sum_{i=1}^n R_i^{2/3} \cdot A_i}{A} \right)^{3/2}$$

$$U = \frac{1}{n} R_c^{2/3} I_b^{1/2}$$

このように合成径深を求める方法を井田法と呼ぶ

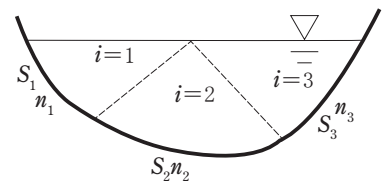
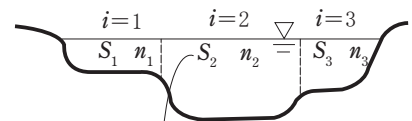


図 2.13 レベル 1a 断面



境界が水同士の場合は径深で考慮しない

図 2.14 レベル 2 断面

(井田，1960)。

以上は，横断方向の流速が無視できるほど小さいために断面を分割してそれぞれについて平均流速を求められる仮定の下で成り立っている。この仮定が成り立たない場合，干渉効果を考慮した次のレベル3の平均流速公式が必要である。

複断面内にある図 2.15 のような区間を考える。この時，隣の区間との干渉効果が生じる接面①，③，④における摩擦力は，下式のように表される。

$$\tau_i = \rho \cdot f \cdot (U' - U)^2$$

ここに， τ_i ：接面*i*におけるせん断力， U' ：接している区間の平均流速， ρ ：水の密度， f ：境界混合係数である。接面③のように樹木層と接している場合に U' はゼロとなる。式の τ_i は流れ方向を正としており， U' の方が速い場合には流れ方向に力を受けることになる。また，接面②における河道壁面とのせん断力 τ_2 は，平均流速公式から下式のように表される。

$$\tau_2 = \rho g \frac{n_2 U_2^2}{R_2^{1/3}}$$

ここで，流れは等流条件であるため力の釣り合い式が成り立つ。全ての摩擦力は河床勾配に起因する断面区間内の水の重力の勾配方向成分と等しいので，力の釣り合い式は下式のようになる。

$$\sum (\tau_i \cdot S_i) = A I_b \rho g$$

ここに， R_i ：断面*i*の径深， A ：対象区間の断面積である。 τ_i が流速の関数であるため，上式は平均流速公式の形になっている。干渉効果が無く， τ_2 の壁面摩擦のみであった場合はレベル2の平均流速公式と一致する。

2.3.2 開水路流モデルの種類

開水路中の水の流れは時空間的に複雑な挙動を示しているが，河川工学においてその全てを精緻に解析することは稀である。例えば，豪雨時の河川水位の変化から避難誘導やダム操作を決定する際，流域全体という広域を対象に水の集水を迅速に推定する必要がある。この場合では，河川流を簡易的な一方向の流れとみなした一次元モデル（one dimensional model）を用いる。一次元モデルでは流下方向の巨視的な流れを対象とし，流速や圧力といった全ての物理量が横断面内の平均値として解析される。その一方で，河川の特定の区間を対象に氾濫時の状況を考察する場合や，河川の湾曲部や合流点などで流れの集中や止水域（dead water region）ができる場合，橋脚部付近の局所洗堀を対象とする場合などでは，平面二次元や三次元のモデルを用いて緻密な流れを解析することとなる。ここで止水域とは，河道内で主流方向への水の疎通に関係のない水域のことである。

この他にも，流れの時空間的变化の有無を基に簡易化することもある。流速や水深が時間

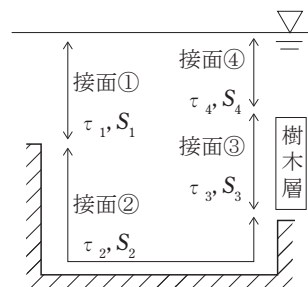


図 2.15 レベル3 横断面

変化しない場合を定常流(steady flow), 時間変化する場合を非定常流(unsteady flow)という。さらに, 定常流は流れ方向にも一様な等流(uniform flow)と一様でない不等流(non-uniform flow)に分けられる。

空間的な流速変化の大きさによっても流れを分類できる。流速の変化が緩慢な場合を漸変流(gradually varied flow)といい, 一方で急激に変化する場合を急変流(rapidly varied flow)という。河川では多くの区間を漸変流に近似でき, 静水圧に近似できる点や, エネルギー損失を等流条件で与えられるなどの利点がある。急変流では流れの中に発生する渦により鉛直方向の圧力分布が複雑になり, より多くのエネルギー損失をもたらすため精緻な解析が必要になる。

今まで述べてきたように, 開水路流れは一方向に流下しているように見える場合でも, 実際には横断方向・鉛直方向に複雑な流れがある。理想的には全ての流れを流体力学的に厳密に解くことが良いようにも思えるが, 求める精度が異なり, 解析時間や入力条件の制約などから解析の目的によって簡略化して解いても良い。開水路流れは, その簡略化によって幾つかの種類に分けられる。

2.3.3 一次元開水路流れ

(a) 一次元不定流

流入量が無く漸変流の場合, 一次元開水路の非定常流について, 連続式・運動方程式は次式のように表される。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\beta \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\alpha}{2} \frac{\partial U^2}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(I_b - I_e)$$

ここに, A : 流れの断面積, Q : 流量, U : 断面平均流速, g : 重力加速度, h : 河床からの水位¹⁰, I_b : 河床勾配, I_e : エネルギー勾配, x : 流れ方向の座標, t : 時間, α : エネルギー補正係数, β : 運動量補正係数である。運動方程式の各項は, 左辺第1項: 場の加速度, 左辺第2項: 速度水頭勾配, 左辺第3項: 位置水頭勾配, 右辺は水面勾配を表している。 α と β は本来三次元の流れを一次元平均流速に統一化することによってエネルギー保存則・運動量保存則に生じるずれを補正する係数で, u をある点の流速とすると下記のように定義される。

$$\alpha = \frac{1}{A} \int \frac{u^3}{U^3} dA$$

$$\beta = \frac{1}{A} \int \frac{u^2}{U^2} dA$$

10 水位とは基準点からの水面の高さを表している。基準点は, 日本において東京湾隅田川河口の水位の平
均値(Tokyo Peil, T.P.)を採用することが多い。その観測は, 近年では主に水圧式水位計が採用され
ている。河川の水圧を観測し, 気圧の影響を除去することで水深を求めている。

ここで漸変流を仮定し、静水圧近似が成立するとする。式において最も推定が困難なのはエネルギー勾配 I_e であるが、漸変流の場合には平均流速公式が成り立つとして下式が得られる。

$$I_e = \frac{n^2 U^2}{R^{4/3}}$$

ここで $\alpha = \beta = 1$ とし、水位 $H = h + z_b$ (ただし、 z_b : 河床高さ) を用いると、

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{2g} \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{n^2 U^2}{R^{4/3}} = 0$$

が得られる。これが一次元漸変非定常の運動方程式である。第1項は加速度項、第2項は速度エネルギーの x 方向の変化、第3項は位置エネルギーの x 方向の変化、第4項はエネルギーの摩擦による損失を表しており、エネルギー保存則の形をしていることが分かる。

(b) 一次元不等流

定常不等流の場合には、前項の一次元非定常流の式の時間微分の項が全て消去される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial x} &= 0 \\ \frac{1}{2g} \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} + I_e &= 0 \end{aligned}$$

となる。これが一次元漸変定常不等流の連続式、運動方程式である。エネルギー勾配 I_e は、平均流速公式だけでなく、底面との摩擦力を用いて

$$I_e = \frac{\tau_r}{\rho g A}$$

と表される場合もある。ここに、 τ_r : 単位長さの河道の河床に作用する摩擦力である。

(c) 一次元等流

等流条件では、流速や水位が時間的・空間的に変化しないため、式中の x に関する微分項が省略される。結果として運動方程式は下式のようになり、非定常流や不等流と比較して大幅に省略されていることが分かる。

$$I_b - I_e = 0$$

上式は、河床勾配による位置エネルギーの変化がエネルギー勾配に一致していることを示し、流れに働く重力と河床との壁面上で生じる摩擦力が釣り合っていることを表す。

2.3.4 二次元開水路流れ

二次元不定流計算では、一次元と同様に漸変流を仮定し静水圧近似を行うと共に、鉛直方向には平均流速をたてる。その一方で、一次元では無視していた横断方向の流速についても考慮する。連続式と運動方程式は次式ようになる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(Uh)}{\partial x} + \frac{\partial(Vh)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = F_x - g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} [-\overline{hu'^2}] + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} [-\overline{hu'v'}] + \frac{\tau_{sx} - \tau_{bx}}{\rho h}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = F_y - g \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} [-\overline{hu'v'}] + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} [-\overline{hv'^2}] + \frac{\tau_{sy} - \tau_{by}}{\rho h}$$

ここに u', v' は x, y 方向の平均値からのずれ, τ_s, τ_b は底面・水表面に作用するせん断力である。右辺 3, 4 項はレイノルズ応力 (Reynolds stress) と呼ばれ, 鉛直方向の平均流速 U, V のみで非線形な計算を行っているために, 平均値からの乱れ成分 u', v' によって生じる見かけ上の力である。このレイノルズ応力を外力の一部と考えレイノルズ応力を含めた外力 F' を用いると,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = F'_x - g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\tau_{sx} - \tau_{bx}}{\rho h}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = F'_y - g \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\tau_{sy} - \tau_{by}}{\rho h}$$

が得られる。

平面二次元モデルは, 水深の平面分布や横断方向の流れが卓越する一方で, 鉛直方向の流れを微小とできる場合に適用される。

平面二次元解析は一次元解析とは異なり, 特に横断方向で平均流速や水位に差がある場合や, 横断方向の水の流れが無視できない場合, 平面渦がある場合などにおいて適用される。このような二次元性の強い河川内流れの一つとして, 二次流 (Secondary flow) が挙げられる。今までは河道が直線の開水路を想定していたが, 現実河川では湾曲区間に遠心力

が働く。そのために湾曲部には僅かに横断方向の水面勾配が生まれて力の釣り合いが保たれ, これによって生じる流れを二次流という。二次流は厳密には河川の鉛直方向の流速差から遠心力の大きさに違いが生まれるため, 三次元的ならせん構造になっている。図 2.16 のように, 流速が早い河川上部は遠心力により外側に力を受け, 遠心力が比較的弱い河川下部は質量保存により内岸側に移動する。流心という流速が最大となる区間は外岸側に移動し, 外岸・内岸側でそれぞれ洗掘・堆積が進むこととなる。

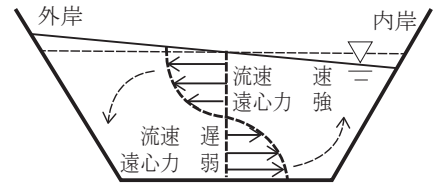


図 2.16 湾曲部における二次流のらせん構造

2.3.5 三次元流れ

河川構造物周辺や河道湾曲部周辺などでは流れが複雑になり, 横断・鉛直・流下方向に

変化する。橋脚周辺には馬蹄形渦 (horse-shoe vortex) やカルマン渦といった三次元性の強い渦現象が卓越する (図 2.17)。馬蹄形渦は橋脚の上流側底面付近より渦が発生し、橋脚の側方を流れ下る過程で洗堀を生じさせ、橋脚の上流側から側方にかけて現れる渦であり、橋脚周りの局所洗堀に影響するため工学的に重要な現象である。その際の渦の形状が馬のひずめに似ていることから馬蹄形渦と呼ばれる。

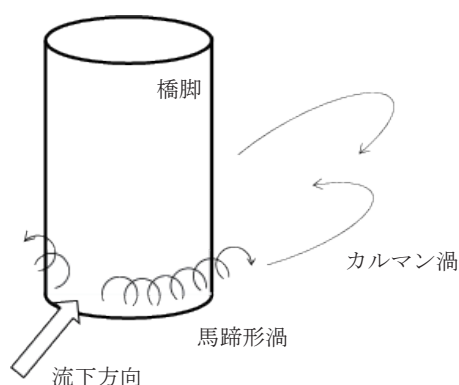


図 2.17 橋脚周りの三次元流れ

流れと壁面付近との間の摩擦によって生じる乱

流も複雑な構造を有する。乱流は一見するとランダムに発生しているようであるが、乱流が発生している壁面付近において組織的かつ周期的な渦が発生しており、これをバースティング現象 (Bursting phenomena) と呼ぶ。バースティング現象は壁面からの物質輸送の主因となっているため、浮遊砂の輸送過程において重要な現象である。

三次元解析は計算負荷が大きいため、多くは必要となる区間のみで限定的に解析される。計算負荷を抑えるため、静水圧を仮定した準三次元解析が行われることも多い。

2.3.6 洪水波解析

洪水波 (flood wave) とは、流域内の一部地域の降雨流出によって生じる本川の水位上昇を波と考えたものであり、その波が斜面や河道を伝搬する過程は防災上重要である。

図 2.18 のように、降水量の時系列をハイエトグラフ (Hyetograph) といい、流量の時系列をハイドログラフ (Hydrograph) という。ハイエトグラフは降水が不連続のため棒グラフで、ハイドログラフは流量が連続のため折れ線グラフで表現する。降雨量を入力としてハイドログラフを推定することは流域スケールの一次元開水路解析や洪水波解析における重要な目的の一つである。このハイドログラフの解析手法は、大きく分布型解析と集中型解析に分けることができる。分布型解析は連続式や運動方程式を用いて空間的に解析する。一方で集中型解析手法は概念モデルを使い、途中のプロセス自体には着目せずに入力（降雨量）と出力（流出量）間の関係式を経験的に求めて流出量を計算する手法である。経験的手法では流域内のプロセスがブラックボックスとなるが、簡便でありかつ迅速に解析できる利点がある。

図 2.19 の 2 式は洪水波の理論解析を行う上での基礎式である。開水路の一次元不定流を記述する基礎方程式は前述したが、今回は横流入量 q_L を考慮すると共に、運動方程式において摩擦力 τ_b と河床勾配 I_b を用いて表現している。

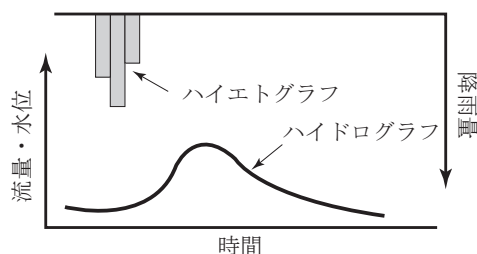


図 2.18 ハイドログラフ・ハイエトグラフ

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_l \quad (\text{連続式})$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{u q_l}{gA} - I_b + \frac{\tau_b}{\rho g R} = 0 \quad (\text{運動方程式})$$

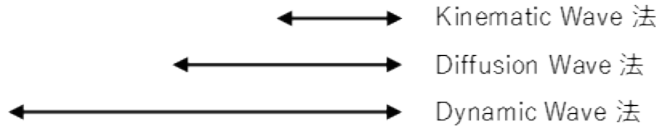


図 2.19 サンプナンの式

ただし、 A : 断面積、 Q : 流量、 q_l : 横流入量、 u : 流速、 g : 重力加速度、 h : 水深、 I_b : 河床勾配、 τ_b : 底面摩擦力、 ρ : 水の密度、 R : 径深、 x : 流れ方向の距離、 t : 時間である。

ここに運動方程式において、第一項の加速度水頭勾配、第二項の速度水頭勾配、第三項の水深勾配までは 2.3.3(a) で示した一次元不定流の形と同様であるが、他のエネルギー勾配・摩擦に関する項について、第四項の横流入による運動量、第五項の河床勾配、第六項の摩擦勾配が異なる。上記 2 式を合わせてサンプナンの式 (Saint Venant equation) と呼ぶ。

上式の下部に示した矢印は、後述する 3 種類の洪水波解析手法のそれぞれについて運動方程式の各項のどこまでを考慮しているかを示している。運動方程式の全てを省略せずに解く場合は力学波 (Dynamic wave) 法といい、緻密な数値計算を行うこととなる。しかし、前述の通り、より緻密な解析は計算負荷が大きくなり限界がある。流れによっては幾つかの項を無視できるほど小さい場合がある。そこで幾つかの項を無視した近似解として、拡散波 (Diffusive wave) 法や、運動波 (Kinematic wave: キネマティックウェーブ) 法がある。キネマティックウェーブ法は、運動方程式の中で時空間に関する微分の項が省略されているが、時間依存の変数が残っているため準定常流 (quasi-steady flow) とも言われる。

これより、洪水流解析で広く利用されているキネマティックウェーブについて解法を説明する。横流入 q_l が無いと仮定し、連続式について水路幅を単位幅とすることで流量 Q に代わって単位幅流量 q を用い、運動方程式について時空間に関する微分の項を消去すると、

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\tau_b}{\rho g R} = I_b$$

が得られる。特に運動方程式は大幅に省略されており、河床勾配によって流体に働く重力が摩擦力と釣り合うことで定常流を表現している (図 2.20)。

ここで、エネルギー勾配として平均流速公式 Manning 式を導入する。

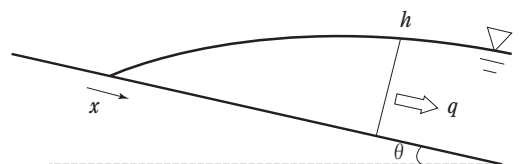


図 2.20 キネマティックウェーブ法

$$U = \frac{1}{n} R^{2/3} I_e^{1/2}$$

ここに、 n ：マンニングの粗度係数、 U ：平均流速、 I_e ：エネルギー勾配でありキネマティックウェーブ法では河床勾配 I_b に等しい。 n は摩擦を表す定数である。河道の幅 B が水深 h に対して十分に大きい時、径深 R は

$$R = \frac{Bh}{B+2h} \div \frac{Bh}{B} = h$$

と仮定でき、キネマティックウェーブ法では摩擦勾配が河床勾配に等しいので、両辺に h を乗じることで

$$q = Uh = \frac{1}{n} h^{5/3} I_e^{1/2}$$

が得られる。ここで q は単位幅流量である。これを連続式に代入すると、

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{n} h^{5/3} I_e^{1/2} \right) = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{5}{3} \frac{1}{n} h^{2/3} I_e^{1/2} \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{5}{3} U \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

となる。波速 C を持つ一階の波動方程式は

$$\frac{\partial h}{\partial t} + C \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$

であることから、キネマティックウェーブでは、洪水波が $5U/3$ で下流側に伝搬することを示している。キネマティックウェーブにおいて洪水波が等流の平均流速 U より早く伝搬することを表している。以上の伝搬特性をクライツ・セドン (Kleitz-Seddon) の法則という。

一般的にキネマティックウェーブにおいて単位幅流量は下記のように表される。

$$q = \alpha h^m$$

マンニング則が成り立つ場合に各係数の値が

$$\alpha = \frac{1}{n} I_e^{1/2} \quad m = \frac{5}{3}$$

となる。

キネマティックウェーブの簡便な点は、式から分かるように流量が水深に対して一意的に決まるという点にある。流れが下流側の水位の影響を受けないため上流端から下流へ向けて順に水深を計算できる。日本のように、勾配が急な河川における洪水現象を良く表しており、そのため洪水流の解析に広く利用されている。

2.3.7 集中型モデル

降雨を洪水流出に変換する関係式には、元来様々な手法が提案されており、2.3.6節に挙げた水理学に基づく理論的解法はその一つで物理モデル（physical model）という。一方、降雨量と流出量の過去の観測データなどから経験的な関係式を求める場合を概念モデル（conceptual model）という。また別の分類方法として、モデルの定数を流域内で均一とする集中型モデル（lumped model）と、その空間分布を考慮する分布型モデル（distributed model）がある。集中型モデルでは水理量の空間分布を考慮せず、対象とする地点の水理量の時間変化のみを算出する。その一方、分布型モデルは空間的に一連の水の流れを考慮しているため、任意の場所・時間における水理量を推定できる。

本節では上記の中で集中型モデルの例を解説する。これらは過去の実績に基づいて経験的に定数（パラメータ）が決定されている。

(a) 合理式

合理式（rational formula）は物部式や洪水尖頭流量公式とも呼ばれ、ピーク流量を降雨量から推定する手法で、下式によって表される。

$$Q_{\text{peak}} = \frac{1}{3.6} f R A$$

ここに、 Q_{peak} は対象地点でのピーク流量 [m^3/s]、 f は流出係数、 R は洪水到達するまでの流域平均降雨強度 [mm/hr]、 A は流域面積 [km^2] で、 $1/3.6$ は単位を合わせるための係数である。この式は、流域全体に降雨量 R が長い時間降り続けた場合に f の割合でピーク流量になることを示している。ここで流出係数とは降雨量のうち河川流量に寄与する割合を表しており、現実には流域の土地被覆や降雨の時空間変化などで変わり得る幅のある値である。合理式は、重要なピーク流量を簡便に推定できるが、流域面積が大きい場合には流域内で降雨地点から流出地点までの洪水到達時間にばらつきが生じるため適用できない。通常は住宅地や造成地の排水設計などのように流域面積が小さい場合に用いられている。表 2.4 に物部による日本河川における流出係数の値を示す。

表 2.4 日本の合理式における流出係数

流域の状況	流出係数
急峻な山地	0.75-0.90
三紀層山地	0.70-0.80
起伏がある土地および樹林	0.50-0.75
平坦な耕地	0.45-0.60
灌漑中の水田	0.70-0.80
山地河川	0.75-0.85
平地河川	0.45-0.75
流域の半ば以上が平地である大河川	0.50-0.75

(b) 貯留関数法

貯留関数法 (storage function method) は、流域を一つの貯水池と見立て、貯留関数と呼ばれる流出量 Q と貯留量 S の関係を運動方程式とし、連続式と組み合わせて流出量を推定する方法である。

図 2.21 のような貯水池を考えた場合、流出量 Q と流域貯留量 S の関係は、係数 k, p を用いて下式が成立する。

$$S = kQ^p$$

これを貯留関数 (storage function) といい、 S と Q の次元はそれぞれ長さ、速度である。式から分かるように、係数 k, p には次元があることに注意が必要である。一方、貯水池内の水収支についての連続式を立てると、降雨量 r の時に、

$$\frac{dS}{dt} = r - Q$$

が得られる。上記の2式より、

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{kp} (r - Q) Q^{1-p}$$

が得られる。木村は日本各地の貯留関数を調べた結果、 $k=40.3$ 、 $p=0.5$ を得ている（木村、1960）。

貯留関数法は簡便でかつ流量予測の適合性から、国土交通省の標準モデルとなっており、多くの河川の治水計画や利水計画に利用されている。貯留関数法は一つの貯水池として見立てられる最大の流域面積まで適用できる。木村は流域面積 1000km^2 程度、流路長で 100km 程度ならば十分な精度を得られるとしているが、実例では 300km^2 以下の小流域に分割して適用すると良い精度が得られる。

(c) タンクモデル

貯留関数法と同様に、菅原は流量が流域の貯留量に関係すると考えた（菅原、1961）。図 2.22 のように流域の貯留量と流出量を 4～5 段のタンクで表現し、上から順に降雨からの応答が速い流出を表現しているので、短期流出から長期流出を高い再現性でモデル化できる。個々のタンクは、初期条件としてタンクの水位、パラメータとして流出口の高さと流出口の流出係数がそれぞれ設定されている。水面から各流出口の深さと流出量の間に線形の関係式が設定されている。個々の流出量は線形の関係式で決定されるものの、複数タンクの連立により、全体の流出量は非線形性を表現することが可能で

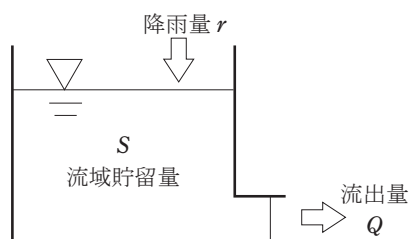


図 2.21 貯留関数法

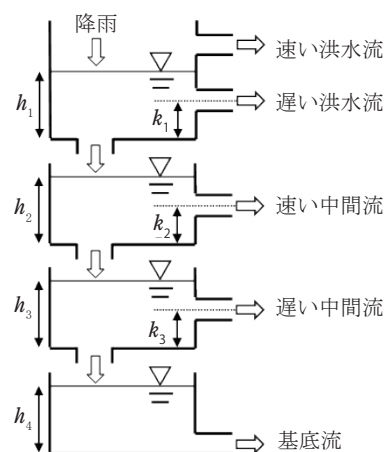


図 2.22 タンクモデル