

# 第1章 建築振動を学ぶ

本章では、建築振動を学ぶにあたって、建物の揺れと地震被害のかかわりや、建物の揺れを振動モデルでシミュレーションする際の考え方の大略を理解する。そして、地震に強い建物を設計するために、建築振動が果たす役割について考える。

## 1.1 地震と建物被害

地震に強い建物を設計するためには、「建物が地震でどのように揺れるのか」を理解するとともに、「建物の揺れを振動解析によりシミュレーション」し、その揺れの大きさに対して「建物の安全性を確保する」ことが必要となる。建築振動を学ぶ大きな目的は、建物の振動現象の理解と振動解析についての知識と能力を養うことである。

地震時の建物の揺れは大変複雑で、入力する地震動、建設地点の地盤条件、建物の振動性状によって異なってくる。図1-1は、地震の発生によって建物が揺れるまでの関係を示している。地中深い岩盤での地震断層の破壊によって発生した地震波が、硬質な洪積地盤を伝播し、建物が建設されている沖積層や埋立地に達して表層地盤を揺らし、その揺れが地震動として建物の基礎に入射して建物を揺らす。その際に、建設地点の地盤が硬いか軟らかいか、軟らかい地盤が浅いか深いかによって地盤の揺れ方は異なり、それによって建物が揺れる大きさや揺れ方も異なってくる。また、沖積層や埋立地が軟弱な地盤であれば、揺れの大きさによって地盤の性状が変化する。地下水位が高い砂地盤であれば

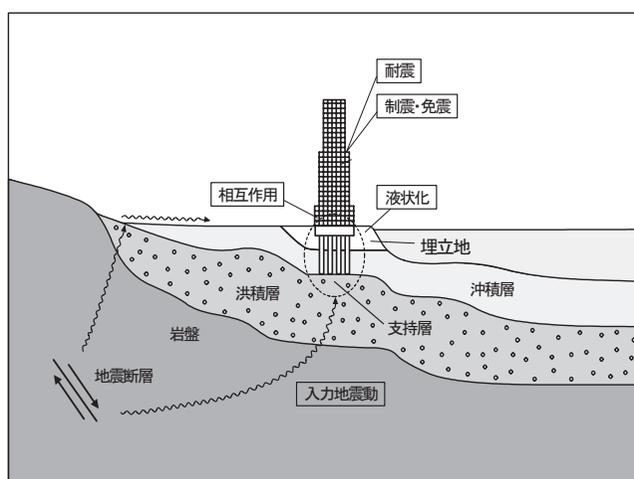


図1-1 地震発生と地盤，建物の揺れ

ば液状化が発生し、建物へ入力する地震動の性状も大きく変わる。地盤の液状化が発生すれば基礎構造が被害を受け建物を支える支持力を失い、建物が不同沈下することもある。

建物の揺れは、建物のもっている振動性状すなわち建物が低いのか高いのか、構造形式として柱が多いのか筋かいや壁が多いのか、耐震構造なのか免震構造か制震構造かによっても異なってくる。このように、震源から広がった地震波は、深部地盤での波動伝播と表層地盤での増幅特性の影響を受けて建物に入力し、建物が固有にもっている振動性状と相互に影響して建物を揺らす。このことは、1995年兵庫県南部地震と2011年東北地方太平洋沖地震によって発生した2つの大震災での建物被害を分析することによっても確認できる。

もう少し詳しく2つの大震災での建物被害をみしてみる。図1-2に、兵庫県南部地震と東北地方太平洋沖地震において各地点の地表面で観測された速度波形を示す。兵庫県南部地震の記録は、神戸海洋気象台（JMA 神戸）とJR 鷹取駅で観測された波形である<sup>1)</sup>。都市直下の活断層が動いた内陸型地震であったため、地盤の大きな揺れは約10秒間と短かったが、その波形は大振幅で2～3波のパルス状のものであり、建物にはごく短時間に衝撃的な外力が作用した。それにより、多くの中低層の建物は壊滅的な被害を受けた（写真1-1）。在来の木造住宅も多数倒壊して炎上し、多くの犠牲者を出した。また、人工島の埋立地では大きな揺れによって液状化が発生し、多くの杭基礎が破壊された。

一方、東北地方太平洋沖地震は、東北地方の太平洋沖を震源とする海溝型巨大地震であった。図1-2に宮城県築館<sup>つぎだて</sup>と大阪府此花<sup>このはな</sup>で観測された波形を示すが、この地震による地盤の揺れは3分以上も続いた<sup>2)</sup>。全壊した建物は限られていたが、構造的な被害を受けた建物は数え切れず、被害は広範囲にわたった。また、震源から離れた首都圏に建つ超高層建物（写真1-2）では、建物の固有周期と関東平野で増幅した長周期地震動が共振して長い時間大きく揺れた。さらに震源から遠く離れた此花地点に近

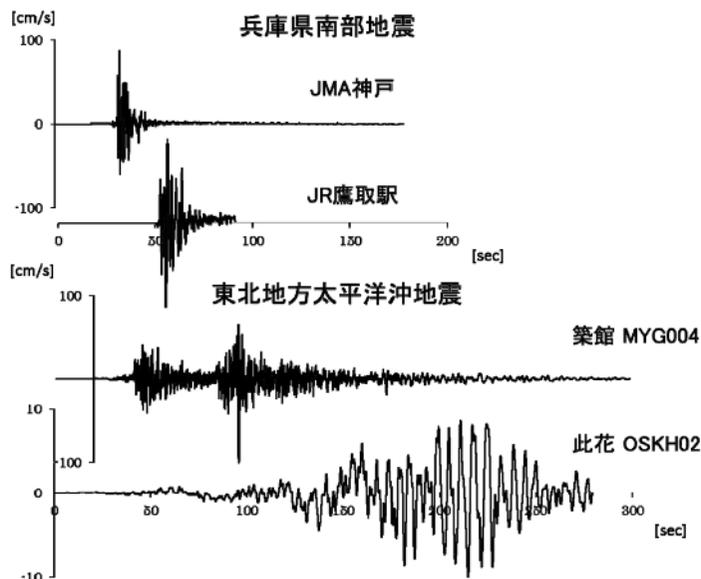


図1-2 兵庫県南部地震と東北地方太平洋沖地震の地表面での速度波形



写真1-1 兵庫県南部地震での建物被害



写真1-2 東北地方太平洋沖地震で大きく揺れた新宿の超高層建物群

い大阪湾岸部の埋立地に建つ高さ256m（55階建て）の超高層建物では、軟らかい深い堆積層の地盤で地震動がさらに増幅して、図1-3に示すように10分近い長い間も大振幅で揺れた<sup>3)</sup>。このような長周期で長い継続時間の大きな揺れによって、超高層建物では内装材の破損や家具・什器の移動や転倒、エレベータの停止や閉じ込めが発生した。また、東京湾岸の埋立地の地盤では、継続時間の長い揺れによって大規模な液状化が発生し、多くの戸建て住宅が不同沈下し、インフラストラクチャーは破壊し、ガス、水道、電気などのライフラインも寸断された。

このように2つの大震災による建物の被害は、地震断層の異なるメカニズムによって発生した地震波が伝播して表層地盤を揺らし、その地盤に建っている建物の振動性状と相互に影響して発生したものであった。

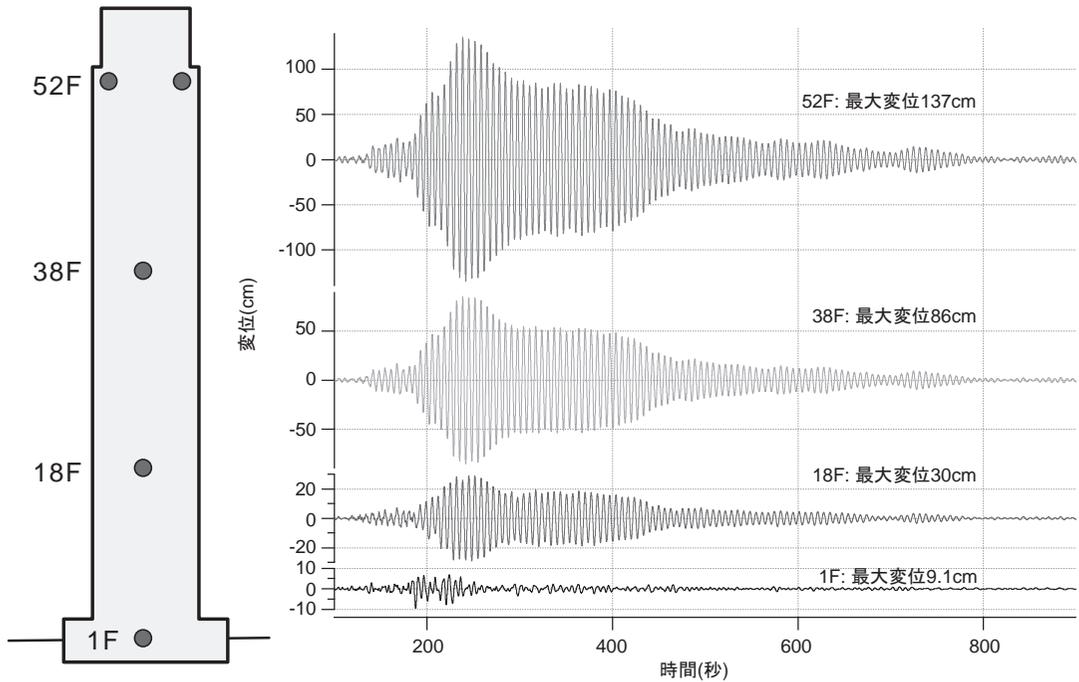


図1-3 東北地方太平洋沖地震での大阪湾岸超高層建物の応答変位波形

## 1.2 建築振動と振動モデル

建物の耐震設計や地震応答をシミュレーションするには、**振動解析**が行われる。振動解析では、建物の架構を数理モデルに置き換えた振動モデルを用いて地震時の揺れを計算する。図1-4は伝統木造建築、図1-5は高層建物の架構を示している。建物の構造は非常に複雑で、多数の柱や梁の部材と壁から構成されている。また、建物の重量は各部材の配置によって建物内に分布している。このような建物の振動現象を考えるためには、設計図面にできるだけ忠実な振動モデルを作成する必要がある。しかし、建物の基本的な振動性状は、各層ごとに重量を集中させた質点と、柱、壁をバネと減衰モデルに置換した簡略な質点系モデルという振動モデルを用いて求めることもできる。この振動モデルのモデル化を適切にかつ効率的に行うためには、建物が振動する形すなわち**振動モード**を予測することが必要となり、建築振動についての知識と能力が効果を発揮する。また、免震構造や制震構造の設計では、入力地震動のもつ動特性を理解して、建物の応答が低減するように配置した免震・制震装置を力学モデルとして組み込んだ振動モデルを用いて地震応答解析が行われる。そして、建物の耐震設計は、設計用地震動レベルに応じて設定した設計目標とする限界応答値以下となるように柱や壁や免震・制震装置を配置して、最適な剛性と減衰を建物に与えることである。このように地震に強い建物を設計するためには、建物の振動現象をよく理解して適切に振動モデルを作成して応答解析を行い、合理的な構造設計をすることが重要となる。

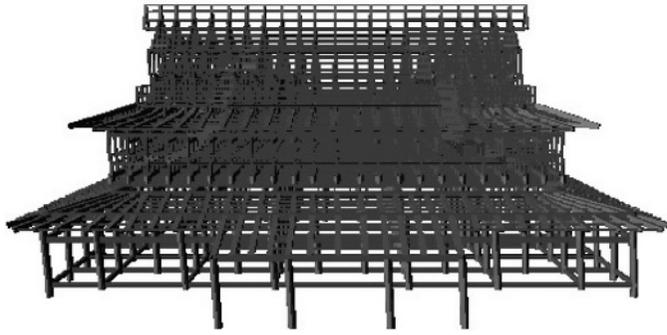


図1-4 伝統木造建築の架構

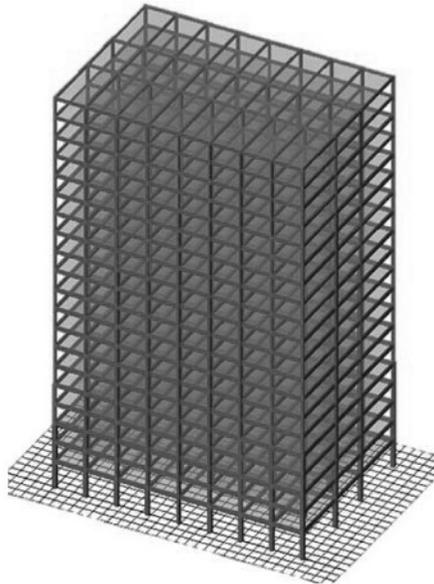


図1-5 高層建物の架構

#### 参考文献

- 1) 日本建築学会兵庫県南部地震特別研究委員会, 日本建築学会近畿支部耐震構造研究部会: 1995年兵庫県南部地震強震記録資料集, 1996.3.
- 2) 防災科学技術研究所: 強震観測網 (K-NET, KiK-net)  
<http://www.kyoshin.bosai.go.jp/kyoshin/>
- 3) 鹿嶋俊英, 小山信, 大川出: 平成23年(2011年)東北地方太平洋沖地震における建物の強震観測記録, 建築研究資料 No.135号, 2012.3.



## 第2章 地震による地盤と建物の揺れ

本章では、振動解析に入る前の基礎知識として、地震発生メカニズムや、海溝型地震および内陸型地震によって生じる地盤の揺れについて学ぶ。また、地震の揺れを表す時刻歴波形の概念と、地震時の建物応答について説明する。

### 2.1 地震による地盤の揺れ

建物の耐震設計では、地震の時に建物が建つ地面がどのように揺れるかを把握しておくことが重要である。地震の源はプレートテクトニクスであり、被害地震として海溝型地震と内陸型地震の2つのタイプがある。地震のタイプにより、地面の揺れ方が異なり、また、地表付近の地盤構造により地震動が増幅され、建物の被害に大きな影響を与える。なお、付録-1に過去の被害地震と耐震設計とのかわりをまとめておく。

#### 2.1.1 プレートテクトニクス

地震とは、地下の断層面に境に岩盤が相対的にすべり、その時に発生する弾性波が地震波として地盤内を伝わる現象である（図2-1）。地震の規模が大きいほど、断層面積やすべり量も大きい。地震を発生させる原動力は、突きつめるとマントル対流である。図2-2に日本と太平洋を含む地球の断面を模式的に示す。地球は球殻構造をしており、コア（内核、外核）の外側はマントルと呼ばれる岩盤である。その上をプレートと呼ばれる薄い地殻が覆っている。プレートの厚さは、陸の部分では30～60km程度、海の部分では5～7km程度である。マントルは何千万年という時間のオーダーでみると、あたかも液体のように対流している。プレートは、マントルの湧き上がり地点である海嶺で生まれ、マントル対流に引きずられて地球表面を移動し、大陸のプレートとぶつかる部分でその下に潜り込んでいる。このようなプレートの運動を説明する理論をプレートテクトニクスという。

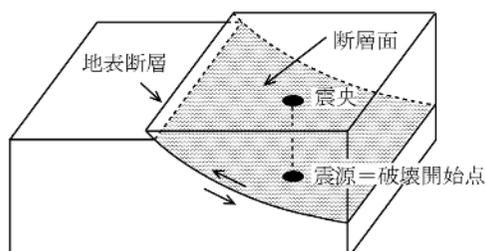


図2-1 地震と断層面

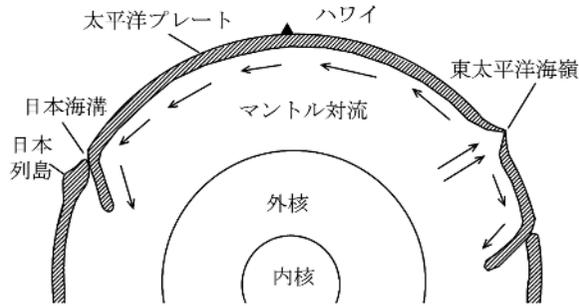


図2-2 地球の断面とマントル対流

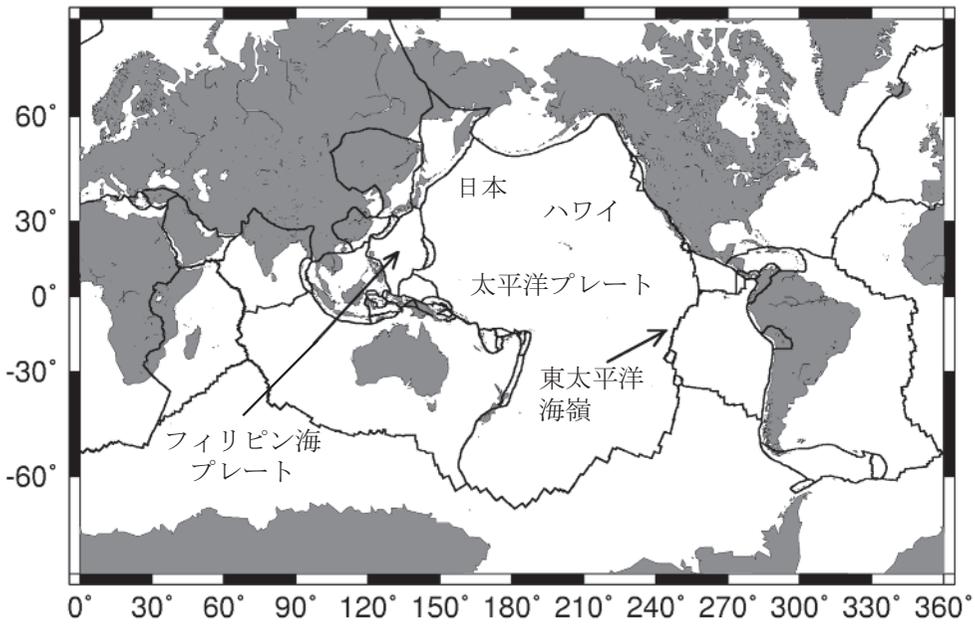


図2-3 地球上のプレート (太線はプレート境界)

図2-3に世界のプレートを示す。東太平洋海嶺で生まれた太平洋プレートは北西方向に移動し、日本列島に達してその下に潜り込んでいる。移動速度は日本列島付近で年間10cm程度である。また、日本の南にはフィリピン海プレートという小さなプレートがあり、これも日本列島の下に潜り込んでいる。移動速度は年間5 cm程度である。

図2-4は日本列島周辺のプレートである。東から西に進んできた太平洋プレートは、東北地方の東側や北海道の南側に潜り込んでいる。沈み込みの開始のラインは深い溝になっており、日本海溝、千島海溝と呼ばれる。同様にフィリピン海プレートは北西に進んで西南日本の下に潜り込んでおり、沈み込み開始の溝は南海トラフと呼ばれる。

## 2.1 地震による地盤の揺れ

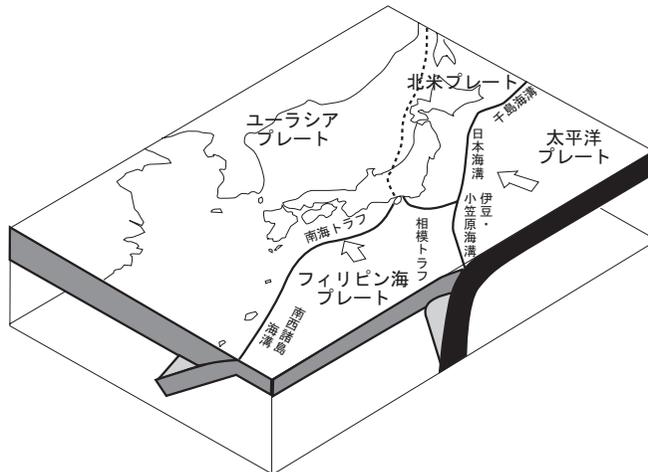


図2-4 日本周辺のプレート<sup>1)</sup>

### 2.1.2 海溝型地震

海のプレートが陸のプレートの下に沈み込む部分では、海溝型地震が発生する。日本海溝では2011年東北地方太平洋沖地震がおこった。図2-5に震源域の範囲とその鉛直断面を示す。陸のプレートと海のプレートは通常時は固着しており、海のプレートの沈み込みとともに陸のプレートが引きずられて変形し、歪みが蓄積する。あるとき歪みに耐えきれなくなり、陸のプレートが跳ね上がる現象が海溝型地震である。海溝型地震は、規模がマグニチュード<sup>注1</sup>  $M$  8～9の巨大地震となることがある。東北地方太平洋沖地震は、 $M$  8級の地震が発生すると考えられていた震源域が多数連動して  $M_w$  9.0の規模となった地震である。そのほか、日本海溝では、建築基準法施行令の改正につながった被害地震がおこっている。1968年十勝沖地震 ( $M_j$  7.9) は、鉄筋コンクリート造の柱のせん断補強を強化した1971年の改正につながり、1978年宮城県沖地震 ( $M_j$  7.4) は一次設計、二次設計の概念を導入した1981年の大改正（新耐震基準）の契機となった。

南海トラフ沿いでも、100年から150年間隔で繰り返し海溝型地震が発生している。図2-6に示すように、震源域の場所により、東から東海地震、東南海地震、南海地震と名付けられている。歴史記録によれば、西暦684年の白鳳地震までさかのぼることができる。表2-1に示すように、直近500年だけでも、明応地震（1498年）、慶長地震（1605年）、宝永地震（1707年）、安政東海地震（1854年12月23）、安政南海地震（1854年12月24日）、昭和東南海地震（1944年）、昭和南海地震（1946年）がおこっている。

注1 マグニチュードとは、地震の規模を表す指標であり、地震の発するエネルギーの対数となっている。 $M$  と表記され、1増えるとエネルギーは約32倍、2増えると1000倍になる。マグニチュードにはいくつか定義があり、日本では気象庁マグニチュード  $M_j$  が用いられている。単に  $M$  といった場合  $M_j$  を指していることが多い。 $M_j$  は周期5秒以下の成分の振幅で定義されており、8を超えると頭打ちになる傾向がある。エネルギーに比例して頭打ちしないモーメントマグニチュード  $M_w$  もある。東北地方太平洋沖地震は  $M_w$  9.0である。

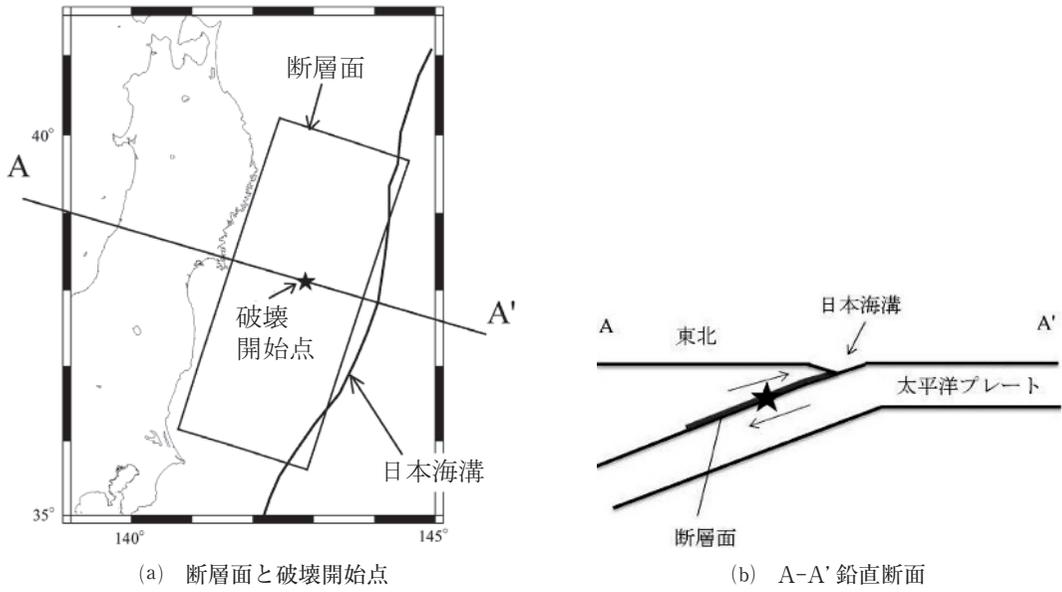


図2-5 2011年東北地方太平洋沖地震の震源

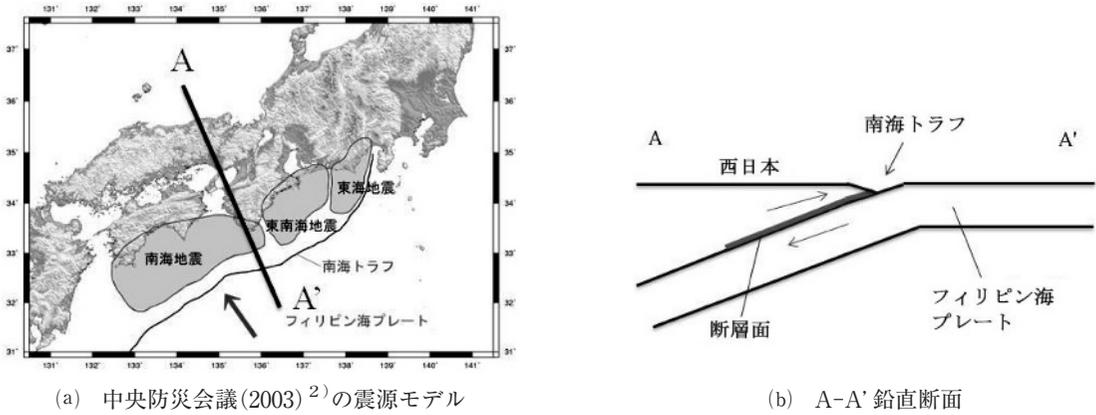


図2-6 南海トラフ沿いの海溝型地震の震源

表2-1 最近500年の南海トラフ沿い地震

	南海	東南海	東海	発生間隔(年)
明応地震		1498		107
慶長地震	1605			
宝永地震	1707			102
安政東海地震				147
安政南海地震	1854	1854		
昭和東南海地震				90
昭和南海地震	1946	1944		

明応地震は東海・東南海地震が同時に発生しており、南海地震も同時におこった可能性が指摘されている。慶長地震は南海・東南海地震が同時に発生し、宝永地震は、東海・東南海・南海の3領域が同時に破壊した。また、安政東海地震（東南海と東海の部分を含む）の32時間後に安政南海地震が発生している。昭和東南海地震と昭和南海地震も2年の間隔でおこっている。このように、南海トラフ沿いの地震は、同時に、あるいはごく短い時間をおいて連動して発生することが多い。

昭和東南海地震、昭和南海地震から年数が経過し、今世紀中にも南海トラフ沿い巨大地震が発生することが危惧されている。特に震源域が面する太平洋岸には、大阪平野、濃尾平野、関東平野などの人口、産業、都市の密集地域があり、地震がおこれば大きな被害が予想される。南海トラフ沿い巨大地震の防災対策は国家的な重要課題となっている。

海溝型地震では、長周期地震動（周期1～2秒以上）により、超高層ビルなどの長周期構造物が被害を受ける可能性がある。地震動には、小刻みに揺れる短周期成分の波と、ゆっくり揺れる長周期成分の波が含まれている。短周期成分の波の振幅はほぼ距離に反比例して小さくなる。一方、長周期成分の波は減衰しにくく、遠くまで伝わっていく性質がある。また、規模の大きい地震ほど震源から発せられる長周期成分が多く含まれている。海溝型地震では震源域が陸から離れているため、後述する内陸型地震と比べて短周期成分は小さくなるが、長周期成分が大きくなる。さらに、ここ数十年の間、都市開発が進み、超高層ビルや石油タンク、長大橋などの大規模構造物が多数建設された。構造物はそれぞれ揺れやすい周期（固有周期）をもっている。固有周期が長い大規模構造物に長周期地震動が入力すると、揺れの振幅が大きくなる共振という現象が生じる。超高層ビルでは、柱、梁の主要構造が健全であっても天井、間仕切り壁、設備、エレベータなどで被害が生じるおそれがある。

また、海溝型地震では津波が発生することが多く、規模が大きい地震では東北地方太平洋沖地震のように甚大な被害をもたらす。

### 2.1.3 内陸型地震

海のプレートが陸のプレートの下に沈み込むことにより、陸のプレート内にも圧縮応力が生じている。この応力により内陸型地震が発生する。何万年、何十万年のオーダーでみると、内陸型地震が同じ場所で繰り返しおこり、地殻内で弱面となっている。これが地表に現れ、線状の変動地形と認められる部分が活断層と呼ばれる。図2-7は全国の主要な活断層を示したものである。主要なものだけでも100あまりが確認できている。

内陸型地震の例として、1995年兵庫県南部地震が挙げられる。図2-8は神戸・大阪周辺の活断層を示したものである。兵庫県南部地震は六甲・淡路島断層帯でおこった地震である。図2-9に兵庫県南部地震の断層面<sup>4)</sup>を示す。断層面はほぼ鉛直で、深さ方向16km、長さ60kmの大きさで、最大3mのすべりを生じた断層であった。

内陸型地震の特徴は、都市直下でおこると大きな被害をもたらすことである。震源から近いいため大きな揺れとなり、周期1～2秒以下の短周期成分の波が多く、中低層ビルや木造家屋に被害をもたらす。

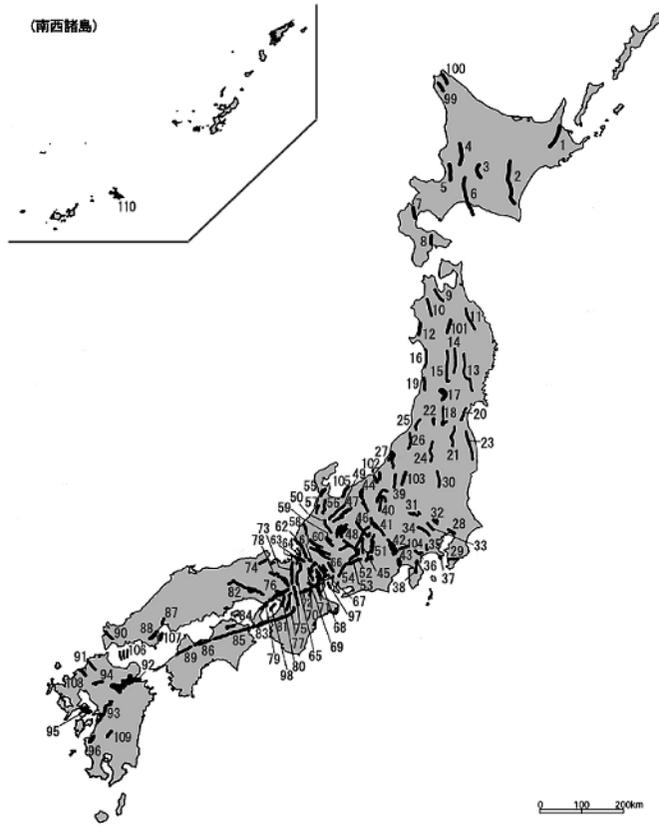


図2-7 全国の陸域の主要な活断層<sup>3)</sup>

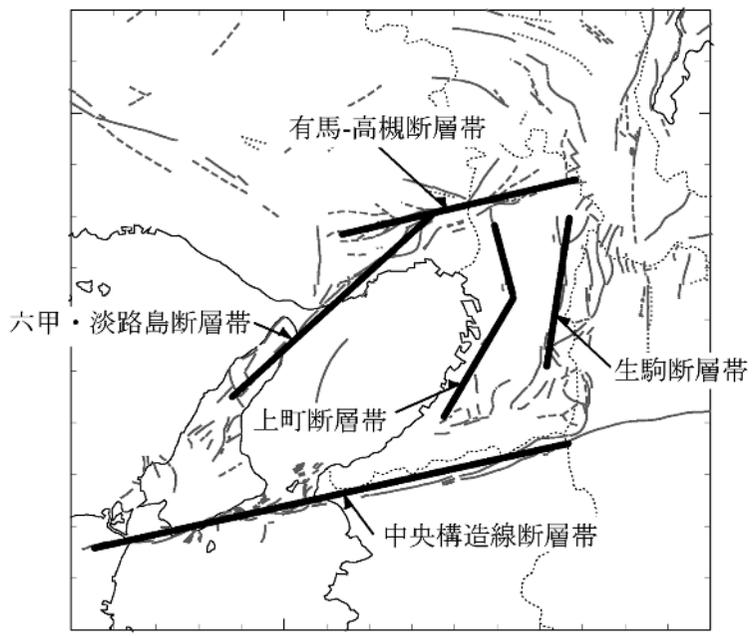


図2-8 神戸・大阪周辺の活断層

## 2.1 地震による地盤の揺れ

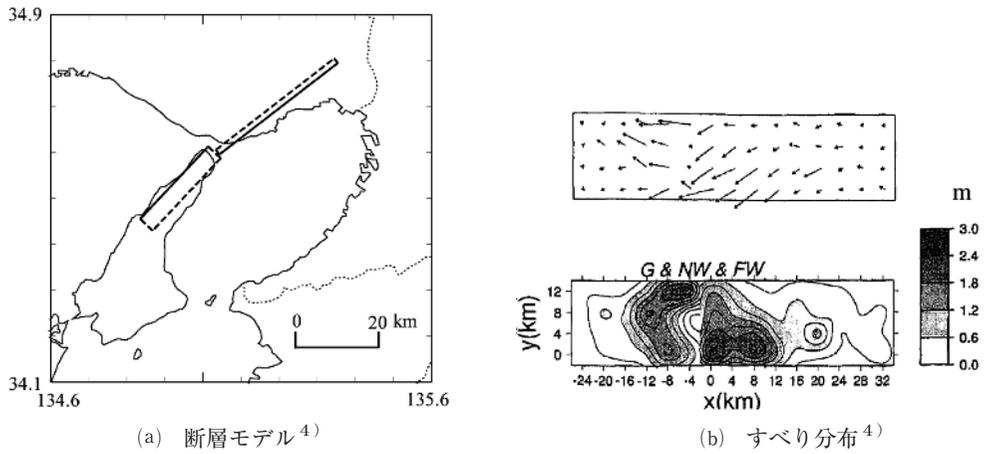


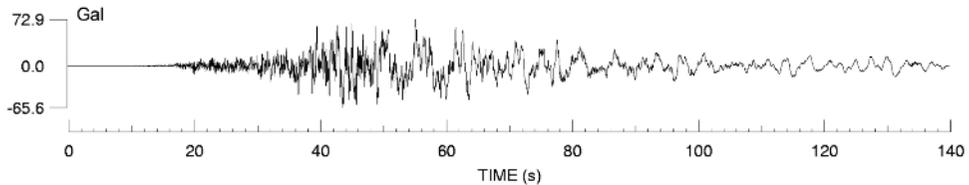
図2-9 兵庫県南部地震の震源

### 2.1.4 地震の揺れの特徴

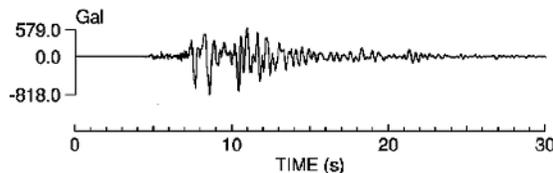
地震により発生した地盤の揺れを地震動という。地震動は地震計により記録できる。図2-10は海溝型地震と内陸型地震の地表面の揺れの記録波形を比較したものである。

(a)は海溝型地震の例として、2003年十勝沖地震 ( $M_J$  8.0) の苫小牧における加速度記録を示す。揺れの継続時間が長く、ゆっくり揺れる長周期成分が多く、固有周期の長い石油タンクが共振して大きく揺すられ火災が発生した。

(b)は内陸型地震の例として、1995年兵庫県南部地震 ( $M_J$  7.3) の神戸海洋気象台での加速度記録を示す。揺れが続く継続時間が20秒程度である。周期1秒程度のパルス状の波が顕著である。マグニチュード7クラスの地震では、周期1秒程度のパルス状の波が成長しやすく、これが中低層の建物や木造家屋に大きな被害をもたらした。



(a) 2004年十勝沖地震の苫小牧の記録 (K-NET 観測点)



(b) 1995年兵庫県南部地震の神戸海洋気象台の記録

図2-10 海溝型地震と内陸型地震の地表面の揺れの比較

### 2.1.5 地震波の種類

地震波には、大別すると実体波と表面波がある。実体波にはP波（疎密波）とS波（せん断波）がある。地震がおこると震源から同心円状にP波とS波が広がる（図2-11）。波の山谷が同じ場所を連ねた面が波面であり、波面の進行方向を示した線を波線という。図2-12にP波とS波の揺れ方を示す。P波は波線方向に伸び縮みの成分をもつ揺れであり、地殻内では速度6 km/s 前後で伝播する。S波は波線と直交方向にせん断変形する成分をもつ揺れであり、地殻内では速度3.5km/s 程度で伝播する。一般的にP波の揺れは小さく、建物に被害をもたらすのはS波である。

図2-13に示すように、震源直上では波面は水平、波線は垂直となることがわかる。観測地点が震源から水平方向に離れている場合、観測点直下では波線は斜めになっているが、スネルの法則により波線は地表付近ではほぼ垂直になる。図2-14にスネルの法則を示す。地震波が地震波速度の大きい媒質から小さい媒質に入射すると、波線が垂直となす角度は小さくなる。通常、地盤は多層構造になっており、地下の岩盤は硬くて地震波速度が大きい。その上に洪積層や沖積層があり、地表に向かって、徐々に

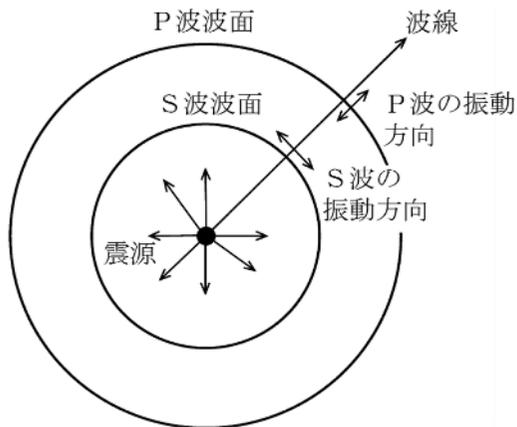


図2-11 P波とS波の波面と波線と揺れの向き

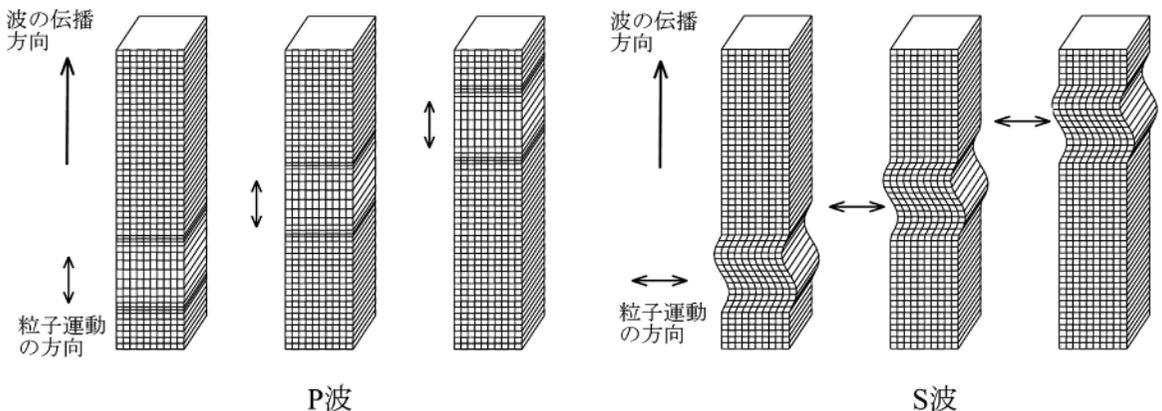


図2-12 P波とS波の揺れ方

## 2.1 地震による地盤の揺れ

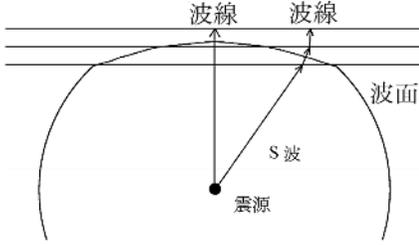


図2-13 地表面付近の波線と波面

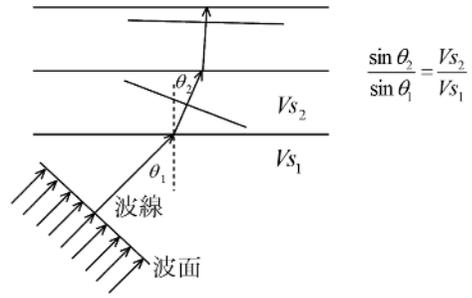
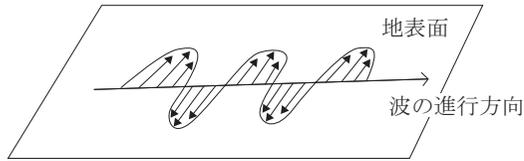


図2-14 スネルの法則

ラブ波



レイリー波

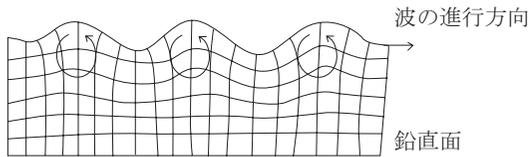


図2-15 ラブ波とレイリー波の揺れ方

に地震波速度が小さくなる。地盤下部からスネルの法則を繰り返し適用すると、地表付近では波線がほぼ垂直になることがわかる。従って、建物の耐震設計で入力地震動を考える場合、S波の鉛直入射（波線が垂直で、波面が水平）とすることが多い。

海溝型地震のように、マグニチュードが大きく、震源が遠く、特に浅い場合は、表面波が発達しやすい。表面波とは、地表面や層構造があることにより、実体波が水平方向に伝播する波に変換したものである。図2-15に示すように、進行方向に対して直角の水平成分をもつものをラブ波という。進行方向に平行な水平成分と鉛直成分をもつものをレイリー波という。レイリー波は鉛直面内で楕円を描くような粒子運動を行っている。表面波の振幅の深さ分布は、地表で振幅が大きく、地中に行くほど小さくなる。周期が長い表面波ほど、地下深い部分まで振幅が存在する。また、表面波は、周期の長い成分ほど伝播速度が速く、周期が短いと伝播速度が遅いという分散性を示す。

### 2.1.6 地盤増幅

地下の深い部分は硬くて地震波速度が速い岩盤であり、地表付近は軟らかくて地震波速度が遅い堆積層が存在することが多い。地震波は、高速度層から低速度層に入射すると振幅が大きくなるという性質がある。地表付近では、地震波が大きく増幅されることになるので、地盤増幅は建物の耐震設計

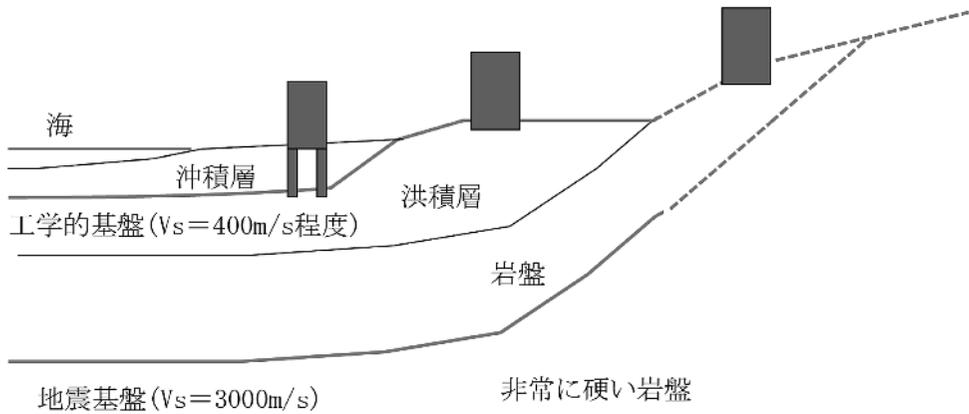


図2-16 地盤構造の模式図

を行う上で重要な問題である。地震波の地盤増幅の詳細については、第11章で学ぶ。

図2-16は、日本でよくみられる地盤構造を模式的に示したものである。日本の都市は臨海部の沖積平野上に発達していることが多い。沖積層とは、最終氷河期の後半（約2万年）以降に、河川の堆積作用によりつくられた堆積層である。建物を支持する層としては不十分で、建物の基礎は通常その下の洪積層まで掘って直接基礎とするか、洪積層まで達する杭基礎とする。洪積層とは沖積層以前の堆積層で、建物の支持層として十分な支持力をもつ層である。このように建物の基礎を設置するのに十分な支持力をもつ層を「工学的基盤」と呼び、S波速度でいえばおおむね400m/s以上の層である。洪積層が地表近くに現れていれば、直接基礎が設置できる。

洪積層の下には、さらに古い年代の堆積岩や、場所により火成岩からなる岩盤が存在する。深部の岩盤で、S波速度が3000m/s程度の非常に硬い岩盤を「地震基盤」という。地震基盤の中では、地震波は距離とともに徐々に減衰するものの、大きく乱されることなく、狭い領域ではほぼ一様とみなすことができる。大規模な沖積平野では、地震基盤の深さが数kmに達する。大阪平野、濃尾平野、関東平野の地震基盤の深度は2～4 km程度である。山地では、地震基盤が地表に近い位置まで達している場所がある。

沖積層では地震波の地盤増幅は場所により異なる。そのため、建物の設計用地震動は沖積層がなく、工学的基盤が露頭している場所の地震波として定義することが多く、これを工学的基盤波という。なお、工学的基盤より深い地盤による増幅も検討する場合は、地震基盤で定義された地震基盤波を用いる。

## 2.2 時刻歴波形の概念

ここでは、地盤や建物の揺れを数値的に表した時刻歴波形について説明する。また、変位波形、速度波形、加速度波形の相互関係や、簡単な建物応答波形の例も示す。

## 2.2.1 地面の揺れの時刻歴波形

まず、地面の揺れ（地動）について考える。図2-17に示すように、地面が静止状態にある時の地表の  $A_0$  点は、地震の間、左右に揺れる。揺れはじめて  $t_1$  秒後に右側の  $A_1$  点に、 $t_2$  秒後に左側の  $A_2$  点に変位している。静止状態  $A_0$  からの水平変位量を  $y(m)$  とする。符号は右側に変位した時を正とする。 $y$  の値は時間  $t(s)$  とともに時々刻々変化する。 $y$  は時間  $t$  の関数とみなし、 $y(t)$  と表すこととする。時刻  $t_1$  での変位量は  $y(t_1)$ 、時刻  $t_2$  での変位量は  $y(t_2)$  となる。ここで、縦軸を変位  $y(t)$ 、横軸を時間  $t$  として、さまざまな  $t$  について  $y(t)$  の値を連続して描くと、図2-18のような波形を描くことができる。これが地動変位の時刻歴波形である。

なお、ここでは、紙面上で左右に動く水平成分を考えたが、実際の地面の揺れは3次元の成分をもっている。左右に動く成分を東西方向の成分とすると、さらに南北成分と上下成分を加えて、3成分のベクトル和として表すことができ、それぞれの成分について時刻歴波形を描くことができる。

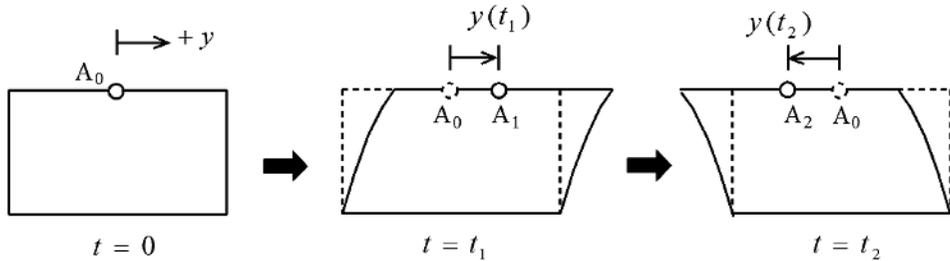


図2-17 地面の揺れ（地動変位）

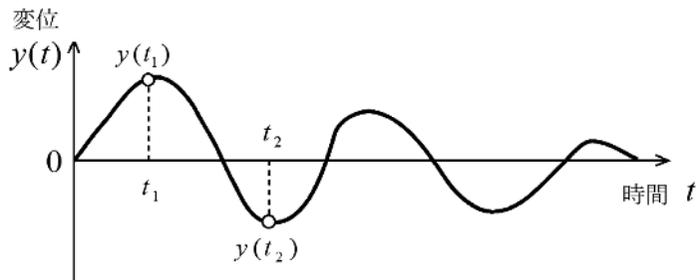


図2-18 地動変位の時刻歴波形

## 2.2.2 建物の揺れの時刻歴波形

次に建物の揺れを考える。図2-19に示すように、建物は地盤の上に建っており、硬い地盤であれば基礎は地面と同じように揺れる。基礎の揺れは地面の揺れと同じ  $y(t)$  と表すことができる。建物の頂部に着目すると、地震の揺れを受けている間、建物は変形し、基礎と異なる変位をしている。建物基礎に対して、建物頂部が相対的に  $x(t)$  だけ変位しているとする。これを相対変位と呼び、これも時

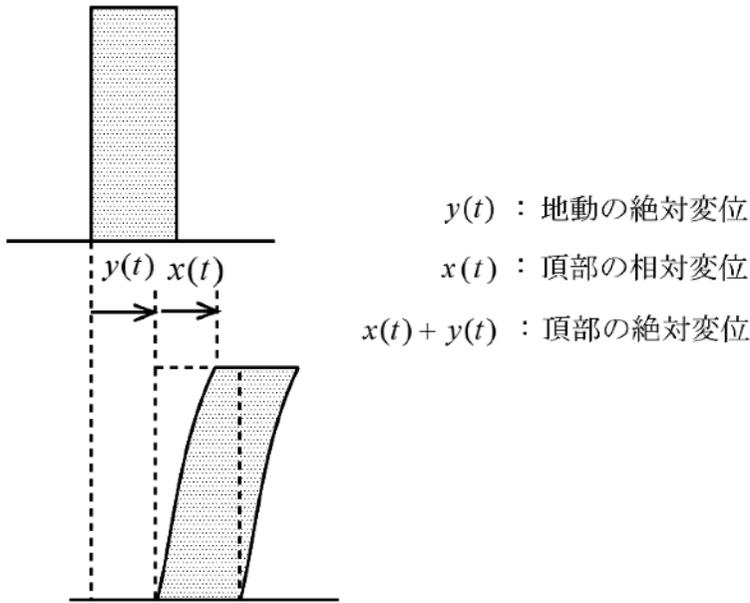


図2-19 建物の変位

間  $t$  の関数である。地動変位は、固定点に対する変位であり、絶対変位と呼ばれる。建物頂部の絶対変位は、地動変位  $y(t)$  と相対変位  $x(t)$  を足した  $x(t) + y(t)$  となる。 $y(t)$  を縦軸にとり、時間  $t$  を横軸にとってグラフを描くと、建物頂部の相対変位の時刻歴波形を描くことができる。

### 2.2.3 関数形による波形と離散データによる波形

時刻歴波形は、関数形を与えて連続関数として表現することができる。例えば、sin 波は式(2-1)のように表すことができる。

$$x(t) = \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (2-1)$$

ここで、 $\omega_0$  は円振動数 (rad/s) である。振動数  $f_0$  と周期  $T_0$  との関係は次のようになる。

$$f_0 = \omega_0 / (2\pi) \text{ (Hz)} \quad (2-2)$$

$$T_0 = 1 / f_0 = 2\pi / \omega_0 \text{ (s)} \quad (2-3)$$

$\theta$  は初期位相と呼ばれる。 $\omega_0 = \pi/2 \text{ (rad)}$ 、 $\theta = \pi/4 \text{ (rad)}$  とすると式(2-1)の時刻歴波形は図2-20のように描け、周期  $T_0 = 4 \text{ (s)}$  の sin 波になっていることがわかる。

一般的には、地盤や建物の揺れは不規則であり、数式による連続関数で表すことができず、離散データで与えられる。これらの揺れは地震計によって観測され、地震記録はごく短い時間刻みごとの変位、速度、加速度などの値となっている。地震記録が、時間刻み  $\Delta t$  の  $N+1$  個の離散値  $x_i (0 \leq i \leq N)$  とすると、時間を  $t_i = \Delta t \cdot i$  とおいて  $(t_i, x_i)$  を結ぶことにより、継続時間  $\Delta t \cdot N$  の時刻歴波形を描くことができる。

図2-21は離散データによる時刻歴波形の例である。黒丸印が離散点であり、これらを直線で結ぶと時刻歴波形が描ける。

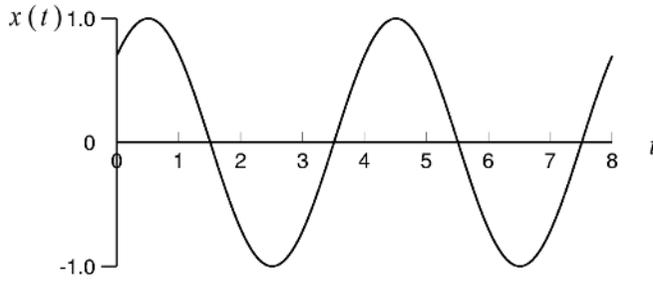


図2-20 連続関数による時刻歴波形 (sin 波)

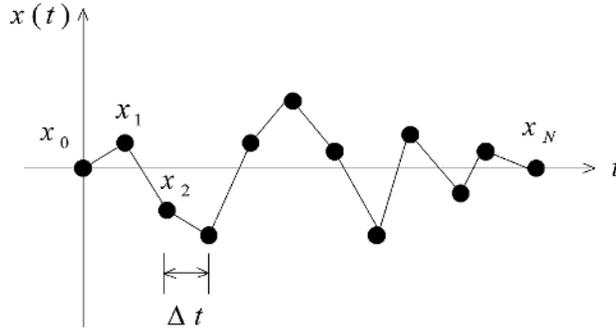


図2-21 離散値による時刻歴波形

#### 2.2.4 変位波形, 速度波形, 加速度波形

時間  $t$  の関数である変位波形を  $x(t)$  とする。速度波形は、変位波形を時間  $t$  に関して微分することにより得られ、 $\dot{x}$  と表現される。速度波形をさらに時間  $t$  について微分することにより、加速度波形が得られ、 $\ddot{x}$  と表現される。逆に加速度波形を積分すると速度波形が得られ、速度波形を積分すると変位波形が得られる。 $\dot{x}$  と  $\ddot{x}$  はニュートンにより考案された表記法であり、振動工学でよく用いられる。数学などの分野で用いられ、微分する変数が明示的なライプニッツの表記法によればそれぞれ、 $\frac{dx(t)}{dt}$ 、 $\frac{d^2x(t)}{dt^2}$  となる。なお、変位、速度、加速度の単位は、国際単位系 (MKS 単位系) ではそれぞれ、m、m/s、m/s<sup>2</sup> となる。CGS 単位系では、変位は cm であるが、加速度は Gal (=cm/s<sup>2</sup>、ガル)、速度は kine (=cm/s、カイン) がよく用いられる。

時刻歴波形が連続関数で与えられる場合、微分、積分を解析的に行うことができる場合がある。例えば変位波形の時刻歴波形が sin 波である場合、速度波形、加速度波形を容易に求めることができる。

$$\text{変位波形} : x(t) = \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (2-4a)$$

$$\text{速度波形} : \dot{x}(t) = \omega_0 \cos(\omega_0 t + \theta) \quad (2-4b)$$

$$\text{加速度波形} : \ddot{x}(t) = -\omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (2-4c)$$

加速度波形が与えられた場合には、積分することにより、速度波形、変位波形を求めることができる。

$$\text{加速度波形} : \ddot{x}(t) = \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (2-5a)$$

$$\text{速度波形} : \dot{x}(t) = \int \sin(\omega_0 t + \theta) dt = -\frac{1}{\omega_0} \cos(\omega_0 t + \theta) + C_1 \quad (2-5b)$$

$$\text{変位波形} : x(t) = \int \left\{ -\frac{1}{\omega_0} \cos(\omega_0 t + \theta) + C_1 \right\} dt = -\frac{1}{\omega_0^2} \sin(\omega_0 t + \theta) + C_1 t + C_2 \quad (2-5c)$$

ここで、 $C_1$ 、 $C_2$  は初期条件より決まる定数である。

一般的には、地盤や建物の揺れの時刻歴波形は、離散データで与えられている。その場合は、数值的に微分、積分を行う必要がある。なお、積分方法は5.3節に説明しているので参照されたい。

最近の地震計は、電磁式加速度計により、加速度波形が計測されていることが多く、積分して速度波形、変位波形を求める場合が多い。図2-22の上段は2003年十勝沖地震の K-NET 苫小牧で観測された加速度波形であり、下段が積分により得られた速度波形である。時間刻みは0.01秒である。

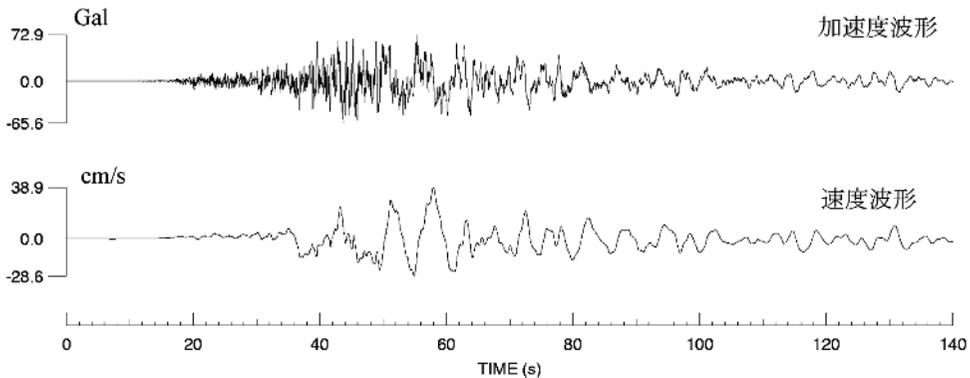


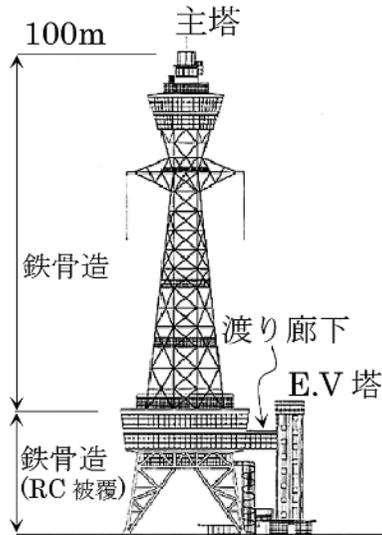
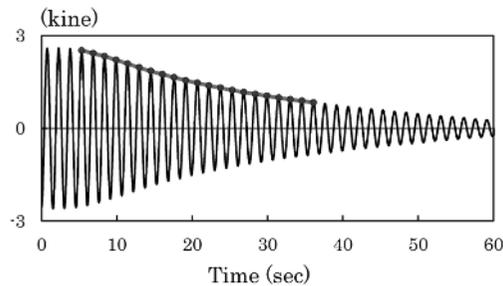
図2-22 2003年十勝沖地震の加速度波形と積分により得た速度波形

## 2.3 建物の応答

建物の変位波形の例として、図1-3に大阪湾岸の超高層建物で観測された2011年東北地方太平洋沖地震の地震記録を示した。高さ256m (55階建て) の超高層であり、1階、18階、38階、52階における建物水平方向の変位波形を示している。1階の最大振幅は9 cm であるが、52階では137cm に達しており、上層階ほど揺れが大きくなる。この超高層建物の固有周期は6秒であり、変位波形は約6秒の周期をもつ波形となっている。一方、建物が立地する大阪湾岸部は、1500m に達する厚い堆積層が存在している。平野の堆積層は地震波を増幅させる性質をもっており、堆積層の厚さにはほぼ比例して著しく増幅される周期があり、卓越周期と呼ばれる。この建物付近の地盤の卓越周期は約6秒であり、地盤増幅により振幅が大きくなった周期6秒の地震動が固有周期6秒の建物に入力したため、揺れが著しく大きくなる共振という現象が生じたと考えられる。なお、建物の地震応答については第5～8章で、地盤の増幅については第11章で学ぶ。

もう1つの建物の揺れとして、図2-23に示す高さ100mの鉄骨タワーの例<sup>5)</sup>を示す。図2-24は人力加振実験により得られた水平方向の速度波形である。人力加振とは、建物の固有周期にあうようにメトロノームなどを使ってタイミングを合わせ、数人から数十人で床の上で体重移動の運動を行うことにより加振するもので、共振の原理により大きな建物でも揺れはじめる。図は固有周期1.56秒の揺れが成長したのち、加振をやめ自由振動をさせた部分である。建物はしばらく固有周期のsin波で揺れており、時間とともに指数関数的に揺れが小さくなっている。このように揺れが小さくなる現象を減衰という。建物がもつ減衰性能は減衰定数 $h$ で表される。減衰の詳細については第4章で学ぶ。

建物を適切に振動モデルに置き換え地震応答解析を行うと、地面の揺れに対する建物の揺れが計算できる。建物のどこに大きな変位や応力が発生するかがわかり、耐震設計に用いることができる。本書では、以降、建物の振動モデルと地震応答の計算方法を学んでゆく。

図2-23 鉄骨造タワー<sup>5)</sup>図2-24 自由振動の速度波形<sup>5)</sup>

### 参考文献

- 1) 地震調査研究推進本部地震調査委員会：日本の地震活動－被害地震からみた地域別の特徴－第2版，財団法人地震予知総合研究振興会地震調査研究センター，2009. (web版：[http://www.jishin.go.jp/main/p\\_koho05.htm](http://www.jishin.go.jp/main/p_koho05.htm))
- 2) 中央防災会議「東南海，南海地震等に関する専門調査会」(第16回)資料3，東南海，南海地震の強震動と津波の高さ(案)図表集，平成15年12月16日，2003.
- 3) 地震調査研究推進本部 HP：主要活断層の長期評価 [http://www.jishin.go.jp/main/p\\_hyoka02\\_danso.htm](http://www.jishin.go.jp/main/p_hyoka02_danso.htm)
- 4) Yoshida, Shingo, Kazuki Koketsu, Bunichiro Shibazaki, Takeshi Sagiya, Teruyuki Kato, and Yashuhiro Yoshida: Joint Inversion of Near- and Far-field Waveforms and Geodetic Data for Rupture Process of the 1995 Kobe Earthquake, J. Phys. Earth, 44, 437-454, 1996.
- 5) 大阪府：咲洲庁舎の安全性等についての検証結果(平成23年5月)，<http://www.pref.osaka.jp/otemaemachi/saseibi/bousaitai.html>
- 6) 横溝礼子，山口陽司，宮本裕司，柏尚稔，瀧野敦夫：大阪通天閣の常時微動計測と風観測による振動特性，日本建築学会大会学術講演梗概集，DVD-ROM，構造Ⅱ，No.21556，pp.1111-1112，2012.9.

## 第3章 1質点系モデルの振動

本章では、建築振動のもっとも基本的なケースとして、1層建物を1質点系にモデル化し、減衰がない場合の自由振動について学ぶ。

### 3.1 建物のモデル化

図3-1に示す柱と床から構成されたラーメン構造の建物が振動する時の変形を考える。床は非常に硬く、1つの階の床は一体となって動く。一方、床に比べて柱は柔らかく、柱頭と柱脚に相対変位が生じる。このように、各階の床が水平方向に動く変形をせん断変形という。また、建物の自重、積載物は床に集中しているので、床だけが質量をもつと近似することができる。

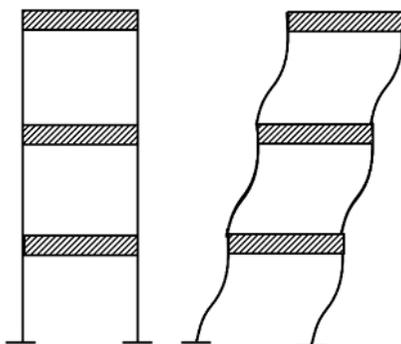


図3-1 建物のせん断変形

ここで、図3-2(a)に示す1層建物について考える。同図(b)のように、質量  $m$  の床（1層の場合は屋根）が2本の柱で支えられている。床質量に  $P$  の水平荷重が掛かった時、床が剛体として変位し、柱頭が柱脚に対して変位  $x$  するとする。これは同図(c)のように、水平方向に  $P$  の力を加えると、変位  $x$  する水平バネとみなすことができる。加える力と変位は正比例するとし、比例係数を  $k$  とすると、力-変位の関係は式(3-1)のように書ける。

$$P = kx \quad (3-1)$$

比例係数  $k$  は柱の剛性に相当する。同じ力  $P$  を加えて、小さな変形しか生じない建物は剛性が大きく、大きな変形が生じる建物は剛性が小さいといえる。

ここで、図3-3に示す門型ラーメンで剛性  $k$  を求めてみる。剛な床が高さ  $h$ 、ヤング係数  $E$ 、断面2次モーメント  $I$  をもつ柱2本により支えられ、床に力  $P$  が作用して変位  $x$  が生じている。柱頭、柱脚

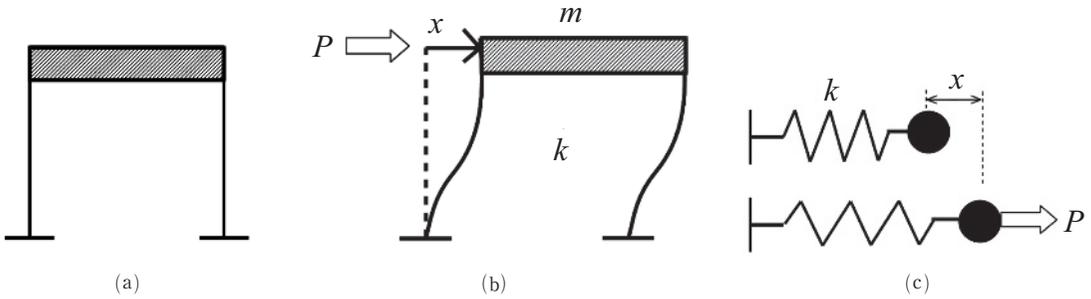


図3-2 1層建物のせん断変形

とも回転角は生じていない両端固定柱とする。

両端固定柱1本に働くせん断力  $p$  と変位  $x$  の関係は式(3-2)となる。

$$p = \frac{12EI}{h^3}x \quad (3-2)$$

柱が2本あるので、床に働く  $P$  は  $p$  の2倍となる。

$$P = 2p = \frac{24EI}{h^3}x \quad (3-3)$$

式(3-3)を式(3-1)に代入すると、剛性  $k$  は式(3-4)のように求まる。

$$k = \frac{24EI}{h^3} \quad (3-4)$$

以上のことから、1層建物は、図3-4に示す1質点系にモデル化できる。建物の質量  $m$  は1つの質点に集中し、剛性  $k$  の柱で支えられており、水平方向に  $P$  の力が掛かると  $x(=P/k)$  の水平変形が生じる。

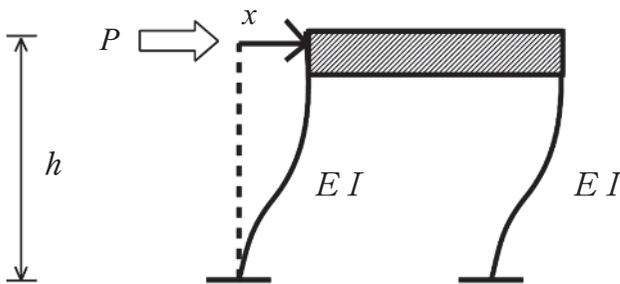


図3-3 門型ラーメンの変形

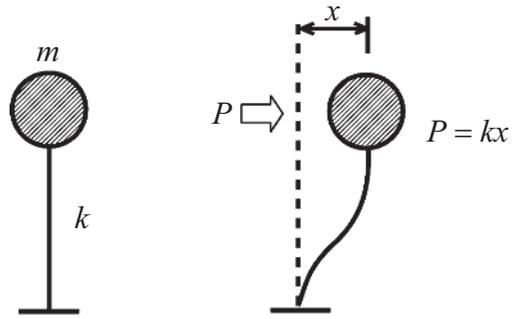


図3-4 1質点系モデル

## 3.2 非減衰の振動方程式

ここでは、慣性力について説明し、減衰のない1質点系が自由振動した場合の力の釣り合い式、すなわち振動方程式を求める。自由振動とは、揺れの原因となる外力の作用が停止した後、建物のみが揺れている状態をいう。

### 3.2.1 慣性力とダランベールの原理

質点系の振動方程式を立てる場合に、質点に働く慣性力が重要である。ニュートンの運動の第一法則では、「すべての物体は、外部から力を加えられない限り、静止している物体は静止状態を続け、運動している物体は等速直線運動を続ける」とある。運動の第一法則が成り立つ座標系を慣性系という。静止した座標系や等速運動する座標系は慣性系である。これに対して、加速度運動する座標系は慣性系ではなく、その座標系とともに運動する者からみて、質量にはみかけの力、すなわち慣性力が働いているように見える。

実感しやすい例として、加速する電車に乗っている人に働く力について考える。図3-5に静止座標系における力の働きを示す。電車の外の静止座標系にいる人から、加速する電車に乗っている人を観察すると、電車に乗っている人は床から摩擦力  $F$  を受けて、電車とともに加速度  $a$  で加速している。運動の第二法則は、「物体が力を受けると、その力の働く方向に加速度が生じる。加速度は力の大きさに比例し、慣性質量に反比例する」とある。よって、電車に乗っている人の質量を  $m$  とすると、次式の関係が得られる。

$$a = \frac{F}{m} \quad \text{すなわち} \quad F = ma \quad (3-5)$$

一方、図3-6は、電車とともに加速度  $a$  で加速する相対座標系での力の釣り合いを示す。電車が加

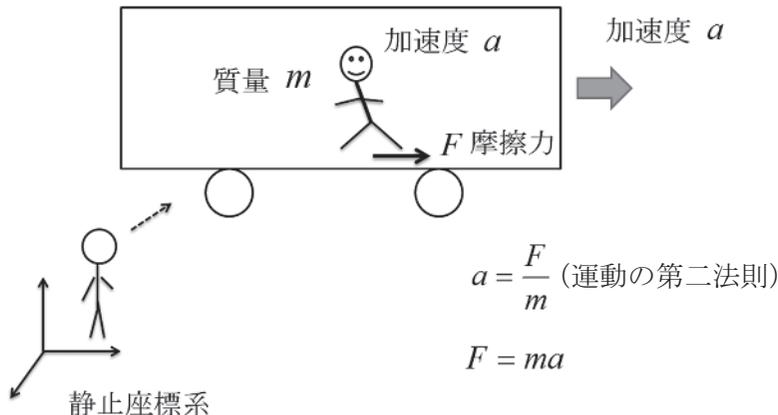
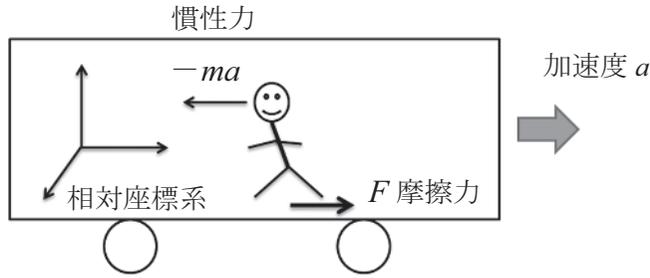


図3-5 静止座標系における力の働き



$$F + (-ma) = 0 \quad (\text{ダランベールの原理})$$

図3-6 相対座標系における力の釣り合い

速しても、質量はそこに止まろうとする性質があり、人は後ろに引っ張られるような感じを受ける。これが慣性力と呼ばれるみかけの力である。電車の床と同じ動きをする座標系からみて、人には床から摩擦力  $F$  と、慣性力  $-ma$  が働き、これらが釣り合って静止しているように見える。慣性力の大きさは、質量  $m$  と加速度  $a$  を乗じたものであり、向きは加速度と反対となる。マイナス符号は、加速度の反対側に働くことを意味している。釣り合い式は、働くすべての力の和がゼロとすればよいから、式(3-6)のように書ける。

$$F + (-ma) = 0 \tag{3-6}$$

式(3-6)は、慣性力を実際に働く力とみなして、動的な問題を静的な釣り合い式に帰着させており、これをダランベール (D'Alembert) の原理という。

### 3.2.2 1質点系の釣り合い式

上記で述べた慣性力を使って、図3-7に示す1質点系の釣り合い式を求める。質量  $m$  の床が2本合わせて剛性  $k$  の柱に支えられており、柱脚に対して柱頭に相対変位  $x$  が生じるとする。座標系は右側を正にとり、変位  $x$ 、加速度  $\ddot{x}$ 、力の向きも右側を正とする。質点は加速度運動するので、先ほどの電車に乗っている人と同じように、質点からみると(質点とともに運動する相対座標系からみると)、質点には慣性力  $-m\ddot{x}$  が掛かっているように見える。マイナス符号は、慣性力が加速度  $\ddot{x}$  の向きと逆向きに働くことを表している。

相対変位  $x$  が柱に生じると、柱はもとに戻ろうとするので、質点には復元力  $-kx$  が働く。ここでもマイナス符号は変位  $x$  と逆向きに働くことを表している。

質点に慣性力と復元力が働きこれらが釣り合っているとすると、釣り合い式は式(3-7)のように書くことができる。これが1質点系の運動方程式、すなわち振動方程式である。

$$-m\ddot{x} - kx = 0 \tag{3-7}$$

式(3-7)を  $-m$  で割り、 $\frac{k}{m} = \omega_0^2$  とすると、次式となる。

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{3-8}$$

$\omega_0$  はこの質点系の固有円振動数である。 $x$  が時間  $t$  の関数であることを強調すると、次式のように書くこともできる。

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 x(t) = 0 \quad (3-9)$$

1 質点系の振動を求めるとは、式 (3-8) または式 (3-9) で表された 2 階の常微分方程式を解き、解  $x(t)$  を求めることである。

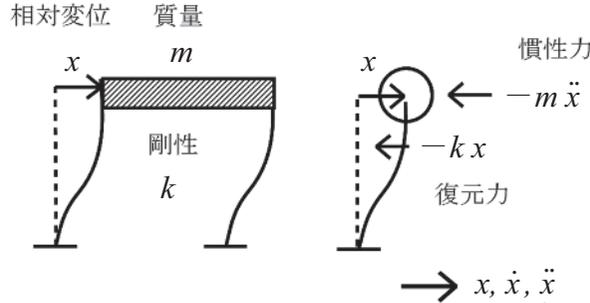


図3-7 1 質点系モデルに働く力の釣り合い

### 3.3 振動方程式を解く

1 つめの解法として、解を三角関数の和とする方法を示す。式 (3-8) に代入するとすぐわかるように、 $x(t) = \cos\omega_0 t$  も  $x(t) = \sin\omega_0 t$  も式 (3-8) を満たす。そこで、式 (3-10) のように、これらの線形和を解として仮定する。

$$x(t) = C_1 \cos\omega_0 t + C_2 \sin\omega_0 t \quad (3-10)$$

ここで、 $C_1$ 、 $C_2$  は初期条件から決まる係数である（ここでは実数とする）。1 回微分して速度を求めると式 (3-11) となる。

$$\dot{x}(t) = -C_1 \omega_0 \sin\omega_0 t + C_2 \omega_0 \cos\omega_0 t \quad (3-11)$$

初期条件として、未知数が 2 つなので、次の 2 つの条件を与える。

$$t=0 \text{ で初期変位が } x_0 : x(0) = x_0 \quad (3-12a)$$

$$t=0 \text{ で初期速度が } v_0 : \dot{x}(0) = v_0 \quad (3-12b)$$

式 (3-12a) を式 (3-10) に代入し、式 (3-12b) を式 (3-11) に代入すると、 $C_1$ 、 $C_2$  は次のように求まる。

$$C_1 = x_0 \quad (3-13a)$$

$$C_2 = \frac{v_0}{\omega_0} \quad (3-13b)$$

式 (3-13a)、式 (3-13b) を式 (3-10) に代入すると、式 (3-8) の解として式 (3-14) が得られる。

$$x(t) = x_0 \cos \omega_0 t + \frac{\nu_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t \quad (3-14)$$

式(3-14)の  $\cos$  項と  $\sin$  項は、三角関数の加法定理を用いると1つにまとめることができる。

図3-8のように、直交する辺の長さが  $x_0$  と  $\nu_0/\omega_0$  である直角三角形を考える。斜辺の長さは  $\sqrt{x_0^2 + (\nu_0/\omega_0)^2}$  となり、底辺と斜辺がなす角度を  $\phi$  とする。

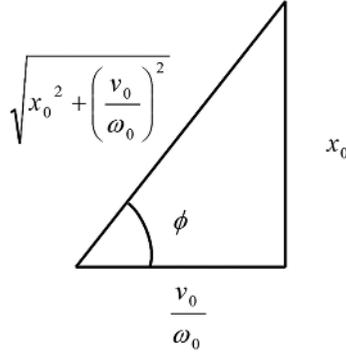


図3-8 位相角  $\phi$  を表す三角形

式(3-14)は次のように変形できる。

$$x(t) = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\nu_0}{\omega_0}\right)^2} \left[ \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\nu_0}{\omega_0}\right)^2}} \cos \omega_0 t + \frac{\frac{\nu_0}{\omega_0}}{\sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\nu_0}{\omega_0}\right)^2}} \sin \omega_0 t \right] \quad (3-15)$$

図3-8より

$$\sin \phi = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\nu_0}{\omega_0}\right)^2}}, \quad \cos \phi = \frac{\frac{\nu_0}{\omega_0}}{\sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\nu_0}{\omega_0}\right)^2}} \quad (3-16)$$

となるので、式(3-15)は式(3-17)のように書ける。

$$x(t) = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\nu_0}{\omega_0}\right)^2} (\sin \phi \cos \omega_0 t + \cos \phi \sin \omega_0 t) \quad (3-17)$$

さらに、正弦関数の加法定理  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$  を用いると、結局、式(3-14)は次のように書ける。

$$x(t) = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2} \sin(\omega_0 t + \phi), \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{v_0}{\omega_0 x_0}\right) \quad (3-18)$$

これは、最大振幅が $\sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2}$ 、固有円振動数が $\omega_0$ 、初期位相が $\phi$ の正弦波である。

図3-9は、 $x_0=0.3\text{m}$ 、 $v_0=0.8\text{m/s}$ 、 $\omega_0=\pi$ として、変位、速度、位相の波形を描いたものである。一定の時間間隔 $T_0$ で振幅が繰り返す単振動になっており、繰り返し時間を固有周期という。単位は秒(s)である。固有周期の逆数が固有振動数 $f_0$ であり、1秒間に何回振動するかを表した値である。単位はHzが用いられる。固有円振動数 $\omega_0$ は、1秒間に位相が何ラジアン(radian)進むかを表したものであり、単位はrad/sである。ここで、式(3-8)で用いた $k/m=\omega_0^2$ の関係を考えると、固有円振動数、固有振動数、固有周期および1質点系の剛性 $k$ 、質量 $m$ との関係は次のようになる。

$$\text{固有円振動数} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{rad/s}) \quad (3-19a)$$

$$\text{固有振動数} \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{Hz}) \quad (3-19b)$$

$$\text{固有周期} \quad T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (\text{s}) \quad (3-19c)$$

図3-9では、固有円振動数を $\omega_0=\pi$ としたので、固有周期 $T_0=2\text{s}$ となっている。初期条件に対応して、 $t=0$ の時の初期変位が $x_0=0.3\text{m}$ 、初期速度が $v_0=0.8\text{m/s}$ となっている。初期速度 $v_0$ は、 $t=0$ の時の変位曲線の接線方向の傾きでもある。変位の最大振幅は $\sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega_0)^2}=0.39\text{m}$ 、速度の最大振幅は $\omega_0 \sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega_0)^2}=1.24\text{m/s}$ となっている。

式(3-18)のsin関数の引数の部分を $\theta=\omega_0 t + \phi$ とすると、 $\theta$ は位相と呼ばれる。 $t=0$ の時、 $\theta$ は $\phi$ になり、これを初期位相という。図3-9の下段に位相を $-\pi < \theta < \pi$ の範囲で表している。正弦波の振動として当然なのであるが、位相が $2\pi$ 進むごとに、1周期が繰り返されていることがわかる。

ここで、式(3-19c)において、固有周期と、1質点系の質量 $m$ 、剛性 $k$ との関係に着目してみる。質量 $m$ が大きくなると、固有周期は長くなる。剛性が大きくなると、固有周期は短くなる。例えば、質量 $m$ が2倍になると固有周期は $\sqrt{2}$ 倍、柱の剛性が2倍になると固有周期は $1/\sqrt{2}$ 倍になる。コンクリート造と鉄骨造の建物を比較してみると、柱の剛性はコンクリート造の方が大きい。よって、同じ高さの建物ではコンクリート造の建物の方が固有周期が短くなる。

図3-10の門型ラーメンで固有周期を実際に求めてみる。床質量 $m=50\text{t}$ が2本の柱で支えられている。柱は高さ $h=4\text{m}$ で、断面は正方形の $a \times b=30\text{cm} \times 30\text{cm}$ のコンクリート柱とする。コンクリートのヤング係数を $E=20.6\text{GPa}$ ( $\text{GPa}=10^9\text{N/m}^2$ )とする。

断面2次モーメント $I$ は次式となる。

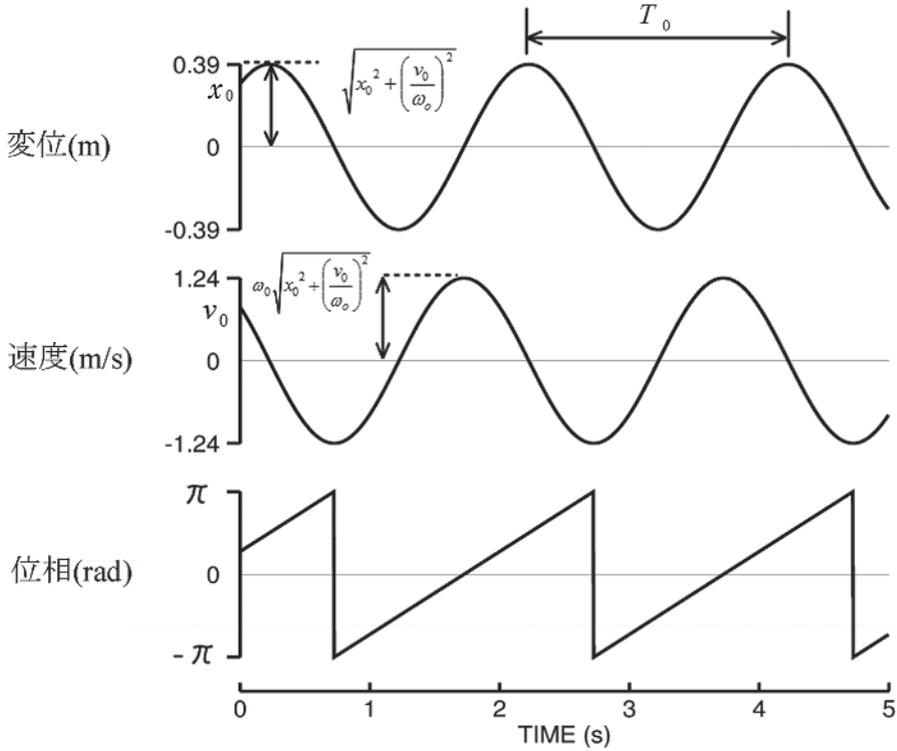


図3-9 1質点系の解

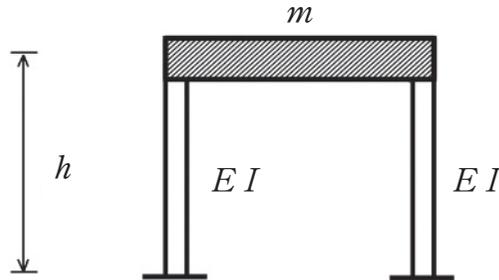


図3-10 門型ラーメン

$$I = \frac{ab^3}{12} = \frac{0.3^4}{12} = 6.75 \times 10^{-4} \quad (\text{m}^4) \quad (3-20)$$

2本の柱の剛性は、3.1節の式(3-4)で求めたように次式となる。

$$k = \frac{24EI}{h^3} = \frac{24 \times 20.6 \times 10^9 \times 6.75 \times 10^{-4}}{4^3} = 5.21 \times 10^6 \quad (\text{N/m}) \quad (3-21)$$

固有周期は次のように計算できる。

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{50 \times 10^3}{5.21 \times 10^6}} = 0.616 \quad (\text{s}) \quad (3-22)$$