

# RC・PC 構造の 力学と設計

近藤真一

理工図書



# “RC・PC 構造の力学と設計”

## まえがき

本書は、RC（鉄筋コンクリート）構造・PC（プレストレストコンクリート）構造の設計実務を担う時に必要となる力学を、構造計算を体験しながら“身に付ける”ことができるように整理した手引書であり、著者が東京都立大学で非常勤講師として担当している講義内容の一部を取りまとめたものである。

構造設計の基本的な要素の一つに構造計算すなわち断面力や変位の算出がある。構造計算手法としては、パソコンによるマトリックス構造解析が主流となっており、解析ソフトにデータを入力すれば即座に解が出力される。

しかしながら、現代の構造設計技術者にとっては、構造解析ソフトがブラックボックスになってしまっており、設計ソフトからのアウトプットに大きな誤りがなさそうか判断することに自信がもてていない現実があるのではないだろうか。

また、日々構造設計業務を行っている、設計コンサルタントや建設会社などの構造設計技術者でも、担当した設計プロジェクトについて構造計画の“力学的な意味”を説明することが不得意な若手が少なくないようである。

これから、構造設計の分野にも AI（Artificial Intelligence）の導入が進むようになると、力学が身に付いているか否かは、設計技術者の存在意義そのものにも関わってくると思われる。

このような課題を解決するためには、構造設計技術者が構造力学を頭で理論として理解するだけでは不十分であり、設計業務のさまざまなシーン、とくに構造計画段階で力学的な“直感”を働かせることができるように、力学を身体感覚として“身に付ける”ことが必要になるだろう。力学は、頭で考えて覚えるものではなく、手を動かしながら身に付けるものなのである。

そこで、本書では、手を動かして計算する、いわゆる手計算による構造計算手法を中心に、力学の理論を想い起こすことができるように、要点を整理することとした。

構造計算の例題では、加減乗除の補助として一般的な表計算ソフトを用いることとし、最初に作成した表を何度も繰り返し用いながら、多様で複雑な構造（一般に不静定構造）の断面力もまったく同じ手順で計算できること、多様で複雑な構造に取り組む際には、静定基本系と不静定力に分離すれば構造特性が“実感”できることを解説した。

これに肉付けする形で、鋼構造の応力度、RC 構造の応力度、PC 構造の応力度ばかりでなく直接基礎の地盤反力度も、すべて同じ応力計算の手順で算出できること、また PC 構造は、軸方向力の作用する RC 構造と何ら変わるものではないことにも説明を加えた。

また、PC 構造にまつわる力学として、プレストレスによる二次力のほか、クリープによる二次力の算出法まで計算例を示している。

本書の特徴をまとめると、以下のようになる。

- 1) 構造設計・構造計算の流れのなかでポイントとなる理論に立ち返ることができるように要点を概説した。
- 2) 単純ではない構造の特性は、静定基本系と不静定反力に分けることにより理解しやすくなり、構造計画のヒントになることを例示した。
- 3) プレストレスを身近に感じられるように、PC 構造の設計・計算手法も RC 構造と同じ流れで説明した。

また、全編を通して、構造設計の実務で必要となる力学が、きわめてシンプルな考え方で整理できること、すなわち基本的な構造計算手法さえマスターしておけば多様な構造にスムーズに対応できることを示していることも、本書の大きな特徴といえる。

本書では、主としてコンクリート系の梁や柱の断面力がどのようにして求められるのか道筋が具体的に理解でき、構造解析ソフトが何を計算しているのかがイメージできるようになるので、構造分野を専攻する大学生など、力学を“身に付けたい”と考える技術者にも最適である。

最後に、出版に際してたいへんお世話になった理工図書株式会社の各位に御礼申し上げます。

2024年3月

近藤 真一

# 目 次

1 章 静定構造の断面力	1
1.1 力の釣合い	1
1.2 力のモーメント	1
1.3 静定構造	2
1.4 外力と内力	2
1.5 断面力	3
1.6 断面力解法の要点	4
1.7 格点荷重への変換	8
1.8 格点荷重を用いた断面力の算出	10
2 章 断面性能	13
2.1 断面性能の要点	13
2.2 T形断面	14
2.3 箱形断面	15
3 章 曲げ応力度	19
3.1 曲げによる変形とひずみ	19
3.2 曲げモーメントと曲げ応力度の関係	19
3.3 曲げ応力度の算出	21
4 章 梁のたわみ	25
4.1 梁のたわみ	25
4.2 モールの定理	26
4.3 たわみ解法の要点	27
4.4 たわみの算出	28
5 章 不静定構造	35
5.1 弾性方程式による解法の要点	35
5.2 二径間連続梁	36
5.3 三径間連続梁	37
5.4 両端固定梁の温度応力	39
6 章 力の分配	43
6.1 ばね支持された二径間連続梁	43
6.2 高さの異なる橋脚を有する三径間連続梁	45
6.3 格子梁	47
6.4 吊構造	48
6.5 複合部材	48

6.6 円弧アーチと山形アーチ .....	49
7 章 せん断応力度 .....	53
7.1 曲げに伴うせん断応力度 .....	53
7.2 垂直せん断応力度と水平せん断応力度 .....	53
7.3 せん断力とせん断応力度の関係 .....	53
7.4 斜引張応力度の要点 .....	55
7.5 せん断応力度および斜引張応力度の算出 .....	55
8 章 力の伝達 .....	61
8.1 軸方向力を受ける柱 .....	61
8.2 軸方向力を受ける梁 .....	64
8.3 直接基礎 .....	66
9 章 鉄筋コンクリート構造 .....	69
9.1 曲げを受ける梁の釣合い .....	69
9.2 鉄筋コンクリート構造の曲げ応力度 .....	70
9.3 鉄筋コンクリート構造における非線形挙動の要点 .....	74
10 章 プレストレストコンクリート構造 .....	77
10.1 プレストレストコンクリートの歴史 .....	77
10.2 プレストレストコンクリートの要点 .....	78
10.3 プレストレスによる偏心モーメント .....	82
10.4 プレストレスを与える方法 .....	85
10.5 外ケーブル構造 .....	87
10.6 プレストレスの特性 .....	88
11 章 プレストレストコンクリート単純桁橋の設計 .....	91
11.1 設計の枠組み .....	91
11.2 許容応力度設計法と限界状態設計法の要点 .....	92
11.3 PC 単純桁橋の設計の流れ .....	92
11.4 設計条件 .....	93
11.5 主桁構造図 .....	94
11.6 断面性能 .....	94
11.7 荷重 .....	95
11.8 断面力 .....	95
11.9 プレストレス力 .....	97
11.10 合成応力度および照査 .....	100
11.11 設計における留意事項 .....	102
12 章 プレストレスによる二次力 .....	103
12.1 プレストレスによる二次力の要点 .....	103

12.2	プレストレスによる二次力の算出	103
12.3	連続梁のプレストレス二次力	105
13 章	プレストレストコンクリート連続桁橋の設計	117
13.1	設計の枠組み	117
13.2	PC 連続桁橋の設計の流れ	117
13.3	設計条件	119
13.4	主桁構造図	119
13.5	断面性能	120
13.6	荷重	121
13.7	断面力	122
13.8	プレストレス力	138
13.9	プレストレスによる二次力	140
13.10	合成応力度および照査	143
13.11	設計における留意事項	147
14 章	施工追跡断面力	149
14.1	施工に関連する用語	149
14.2	分割施工する三径間連続桁橋	149
14.3	張出し施工する三径間連続ラーメン橋	152
15 章	クリープの影響	155
15.1	クリープ現象の要点	155
15.2	クリープによる緊張材引張力の減少	155
15.3	クリープによる二次力	157
	引用・参考文献	167
	索引	168

# 1章

## 静定構造の断面力

本章では、鉄筋コンクリート（RC）構造やプレストレストコンクリート（PC）構造の断面力解析を行う際の最重要事項について取りまとめている。とりわけ、荷重、せん断力および曲げモーメントの関係を理解しておくことが最大のポイントであるが、これに分布荷重を集中荷重に置き換える“技”を用いることにより、すべて同じ方法で断面力が算出できることを説明している。本章を読んで、集中荷重による断面力の計算手順さえマスターしておけば、表計算ソフトを用いることでさまざまなケースの断面力が算出できるようになり、構造計算手法を“身に付ける”ことができるのである。

### 1.1 力の釣合い

物体に多くの力が作用する場合、これらの力を同じ効果を表すような一つの力に置き換える（合成する）ことができる時、置き換えられた一つの力を合力という。逆に、一つの力を多くの力に置き換える（分解する）ことができた場合、置き換えられた力を分力という。力が1点に働いている場合の力の合成を図-1.1 (a) に、力が1点に会しない場合を図-1.1 (b) に模式的に示す。いずれも、 $P_1$  と  $P_2$  の合力が  $P$  である。ここで、図-1.1 (a) は力の平行四辺形と呼ばれている。

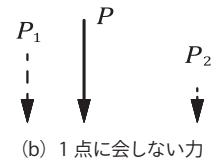
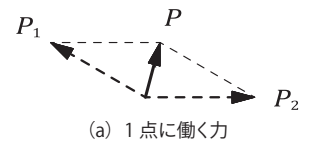


図-1.1 合力と分力

物体に作用する一群の力が物体の運動状態を変えない時（たとえば静止している時）、この一群の力は釣り合っており、この物体は釣合いの状態にある（図-1.2）。

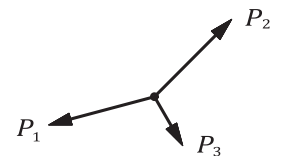


図-1.2 力の釣合い

### 1.2 力のモーメント

#### (1) 力のモーメント

力  $P$  は、力の作用線上にない任意の点  $O$  に、力のモーメント  $M$  を生じさせる（図-1.3）。

$$M = P \cdot L \quad (1.1)$$

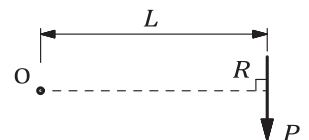


図-1.3 力のモーメント

#### (2) 偶力のモーメント

偶力は、反対方向を向いている大きさの等しい一組の平行な力である。モーメントの大きさは、力のモーメントの場合と同じである（図-1.4）。

$$M = P \cdot L \quad (1.2)$$

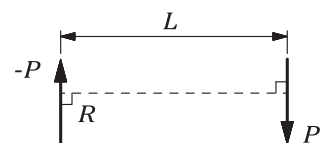


図-1.4 偶力のモーメント

### 1.3 静定構造

物体が外力を受けて静止している時、外力と反力は釣り合っている、釣り合い条件は、水平方向力  $\sum H$ 、鉛直方向力  $\sum V$ 、モーメント  $\sum M$  について、 $\sum H=0$ 、 $\sum V=0$ 、 $\sum M=0$  を満たすことである。この釣り合い条件のみから反力を決定することができる構造が静定構造である。

外力は与条件であるので、反力が決定できれば、すべての力が明らかになったことになり、断面力を求めることができる。

### 1.4 外力と内力

外力は、物体に作用している力やモーメントのことである。内力は、外力により物体の内部に生じる力であり、外力は物体の中を内力として伝わっていく。

外力は、作用している位置や状況を見たり感じたりできるが、内力は物体の内部に生じているので感覚で捉えることができず、理解しにくい。

内力を可視化して理解しやすくする方法として、自由体図 (Free-body diagram) がある。

ここでは、外力を受ける棒の内力を、自由体図を用いて考える (図 -1.5)。

外力として引張力を受ける棒を図 -1.5 (a) に示す。この棒に作用している外力は釣り合っている。ここで、棒の中央の内力を知ろうとする場合、まず棒の中央を仮に切断したと考える。この切断された物体を自由体という。自由体図を図 -1.5 (b) に示す。自由体においても力が釣り合っていることが分かる。

次に、外力を受ける単純梁の内力を、自由体図を用いて考える (図 -1.6)。

外力として等分布荷重を受ける単純梁を図 -1.6 (a) に示す。ここで、支間中央の内力を調べる場合、支間中央を仮想的に切断する。この切断された物体は自由体である。自由体図を図 -1.6 (b) に示す。

次に、等分布荷重が载荷された単純梁における支間中央の内力として曲げモーメントを、自由体図を用いて算出してみる。

荷重の合計は  $W = qL$  であり、支点から  $x = L/4$  の位置に集中荷重として作用すると考える。支点反力は  $R = W/2 = qL/2$  となる。

支間中央に生じるせん断力については、直感的に 0 と考え (後述)、図では省略している。

自由体図におけるモーメントの釣り合いから、支間中央の曲げモーメントを  $M_C$  とすると

$$M_C - (W/2) \cdot (L/4) = 0 \tag{1.3}$$

$$M_C = WL/8 = (qL^2)/8 \tag{1.4}$$

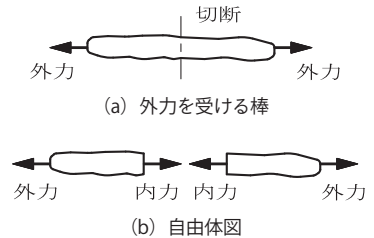
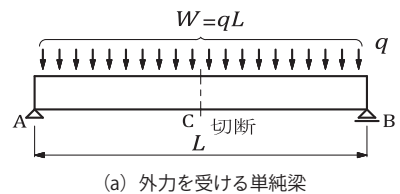
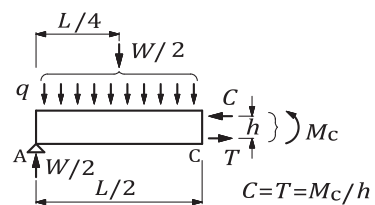


図 -1.5 自由体図による内力の可視化



(a) 外力を受ける単純梁



(b) 自由体図

図 -1.6 自由体図による内力の可視化



ここで、鉛直方向の荷重によるモーメントに釣り合っているのが、水平方向の内力  $C$  と  $T$  に起因する  $M_C$  であることは、梁構造のポイントであり、このイメージは、トラス構造やアーチ構造にも繋がっていくので覚えておくとよい。

## 1.5 断面力

### 1.5.1 曲げを受ける梁

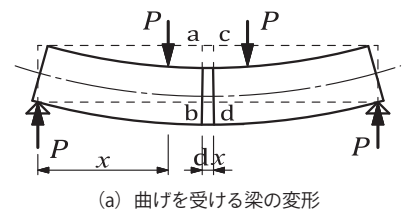
まず、単純梁や片持梁に外力が作用し曲げを受けて変形して（たわんで）いる状態を考える。一例として、単純梁に集中荷重が2点載荷され正の曲げを受けた状態を、図-1.7に示す。本書では、曲げに関する説明も、せん断に関する説明も、この载荷試験のイメージを基にしているので、覚えておきたい。



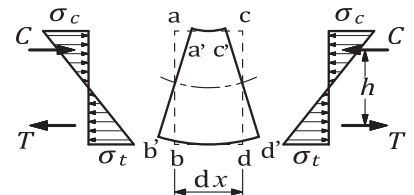
図-1.7 曲げを受ける梁

梁が外力の作用により曲げを受けると、梁の断面（内部）に外力に応じて抵抗する内力（応力）が生じる（図-1.8）。ここでは、この内力（応力）について説明する。

梁の中間部に微小な距離  $dx$  だけ離れた平行な断面  $a b$  と  $c d$  を考える。正の曲げを受けると、上側は縮み、下側は伸びる。断面  $a b$  は  $a' b'$  になり、断面  $c d$  は  $c' d'$  になる。負の曲げを受けると、伸び、縮みは逆向きになる。梁の上側が縮むのは上側に押さえつけようとする応力度  $\sigma_c$  が働いているからで、下側が伸びるのは下側に引っ張ろうとする応力度  $\sigma_t$  が働いているからである。



(a) 曲げを受ける梁の変形



(b) 微小区間のひずみ・応力度・力

図-1.8 外力モーメントと曲げモーメント

### 1.5.2 力、変形および応力度の関係

単純梁に外力が作用し曲げを受けると、変形し静止する。単純梁に集中荷重  $P$  が2点載荷され、変形して静止している状態が図-1.8である。

集中荷重による外力モーメントは  $M_E = P \cdot x$  である。この外力モーメントにより梁が変形している時、梁の上側は縮む方向にひずみ（圧縮ひずみ）、下側は伸びる方向にひずむ（引張ひずみ）。

圧縮ひずみに比例して圧縮応力度  $\sigma_c$ 、引張ひずみに比例して引張応力度  $\sigma_t$  が生じている（フックの法則）。

上側の圧縮応力度  $\sigma_c$  を合計すると圧縮力  $C$  になり、下側の引張応力度  $\sigma_t$  を合計すると引張力  $T$  になる。圧縮力  $C$  と引張力  $T$  は、大きさが同じで向きが反対の偶力である。

梁断面内部に生じる偶力のモーメントは  $M_I = C \cdot h = T \cdot h$  であり、梁が変形し静止している時、この内部に生じたモーメント  $M_I$  と外力モーメント  $M_E = P \cdot x$  は釣り合っている。

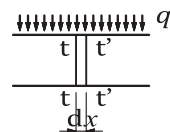
梁内部の垂直応力  $\sigma$  の偶力モーメント  $M_I = C \cdot h = T \cdot h$  が曲げモーメントである。曲げモーメントは外力によるモーメント  $M_E$  と釣り合っているため、外力モーメントの意味で曲げモーメントとい

う用語が用いられることも多い。本書でも両者の意味で曲げモーメントという用語を用いている。

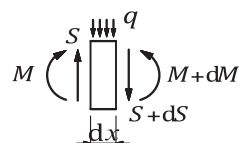
### 1.5.3 荷重，せん断力および曲げモーメントの関係

RC 構造や PC 構造の断面力解析を行おうとするとき最も大切な事項は，荷重，せん断力および曲げモーメントの関係を理解しておくことである。

ここでは，梁の任意の断面に作用する荷重と，せん断力・曲げモーメントの関係を考える。図 -1.9 (a) に示すように，外力を受ける梁から微小区間  $dx$  をへだてた 2 つの断面  $t-t$ ， $t'-t'$  で微小部分を切り取る。この微小部分のせん断力・曲げモーメントを図 -1.9 (b) に示す。長さ  $dx$  の微小部分は外力を受けて釣合いを保っている。



(a) 外力を受ける梁



(b) 微小部分のせん断力と曲げモーメント

図 -1.9 せん断力と曲げモーメント

まず，鉛直方向の力の釣合い条件  $\sum V = 0$  より

$$S - qdx - (S + dS) = 0 \quad (1.5)$$

$$dS = -qdx \quad (1.6)$$

$$\frac{dS}{dx} = -q \quad (1.7)$$

次に，断面  $t'-t'$  上の重心をモーメント中心にとった釣合い条件  $\sum M = 0$  から

$$M - (qdx) \cdot \frac{dx}{2} + S \cdot dx - (M + dM) = 0 \quad (1.8)$$

ここで，高次の微小量  $q(dx)^2/2$  を無視すると

$$dM = Sdx \quad (1.9)$$

$$\frac{dM}{dx} = S \quad (1.10)$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = -q \quad (1.11)$$

荷重と，せん断力・曲げモーメントの関係を示す図 -1.9 は，単純ではあるが非常に重要な図である。この先，せん断力・曲げモーメントを式 (1.12)，式 (1.13) を使って計算する時には，常に想起こしたい。

## 1.6 断面力解法の要点

### 1.6.1 片持梁

片持梁は，最も基本的な構造ではあるが，大規模な土木構造物に用いられることは少ない。しかし，身近なところには多く適用されており，歩道の拡幅に適用された事例を図 -1.10 に示す。



図 -1.10 片持梁の一例

### (1) 構造モデル

片持梁の構造モデルを図-1.11に示す。図-1.10のような奥行きのある版構造でも、単位奥行き（1.0 m）の梁として設計されることが多い。

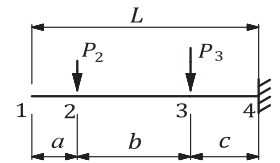


図-1.11 構造モデル

### (2) 荷重モデル

荷重は、図-1.12に示すとおり、2ヶ所に集中荷重が作用するものとする。

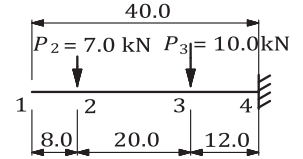


図-1.12 荷重モデル

### (3) 断面力

#### 1) せん断力 $S$

構造計算は反力を求めることから始めるが、片持梁の場合、反力は荷重の合計値で自明であるので、反力の算出は省略できる。

設計断面  $i$  のせん断力  $S_i$  は、式 (1.6) から

$$S_i = S_{i-1} - P_i \quad (1.12)$$

$$S_1 = 0 \quad \text{kN}$$

$$S_2 = S_1 - P_2 = 0 - 7.0 = -7.0 \quad \text{kN}$$

$$S_3 = S_2 - P_3 = -7.0 - 10.0 = -17.0 \quad \text{kN}$$

せん断力図を、図-1.13 (a) に示す。

#### 2) 曲げモーメント $M$

設計断面  $i$  の曲げモーメント  $M_i$  は、式 (1.9) から

$$M_i = M_{i-1} + S_{i-1} \Delta x_i \quad (1.13)$$

ここで、 $\Delta x_i$  は、設計断面  $i-1$  から設計断面  $i$  までの区間長である。

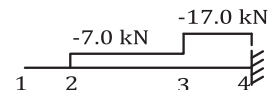
$$M_1 = 0 \quad \text{kNm}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 + S_1 \Delta x_2 = 0 + 0.0 \times 8.0 \\ &= 0 \quad \text{kNm} \end{aligned}$$

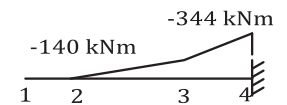
$$\begin{aligned} M_3 &= M_2 + S_2 \Delta x_3 = 0 - 7.0 \times 20.0 \\ &= -140 \quad \text{kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_4 &= M_3 + S_3 \Delta x_4 = -140 - 17.0 \times 12.0 \\ &= -344 \quad \text{kNm} \end{aligned}$$

曲げモーメント図を図-1.13 (b) に示す。



(a) せん断力



(b) 曲げモーメント

図-1.13 断面力

### (4) 表を用いた計算

断面力は、表を用いることにより容易に計算でき、また理解しやすい（表-1.1）。

表-1.1 断面力の計算

格点	集中荷重 $P_i$ (kN)	反力 $R$ (kN)	せん断力 $S_i = S_{i-1} - P_i$ (kN)	区間長 $\Delta x_i$ (m)	曲げモーメント $M_i = M_{i-1} + S_{i-1} \Delta x_i$ (kNm)
1	0	0	0	0	0
2	7.0	—	-7.0	8.0	0
3	10.0	—	-17.0	20.0	-140
4	0	17.0	—	12.0	-344
計	17.0	17.0	—	40.0	—

## 1.6.2 単純梁

単純梁は、最も基本的な構造であり、街中から山奥まで至る所で目にすることができる。鉄道橋の事例を図-1.14に示す。



図-1.14 単純梁の一例

### (1) 構造モデル

単純梁の構造モデルを図-1.15に示す。

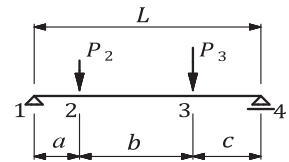


図-1.15 構造モデル

### (2) 荷重モデル

荷重は、図-1.16に示すとおり、2ヶ所に集中荷重が作用するものとする。この荷重モデルは、図-1.7に示した载荷試験のイメージである。

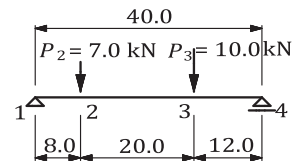


図-1.16 荷重モデル

### (3) 反力

構造計算は、まず反力を求めることから始める。

点1の反力は、点4のモーメント $M_4$ の集計が0になることから、

$$\sum M_4 = R_1(a + b + c) - P_2(b + c) - P_3 \cdot c = 0 \quad (1.14)$$

$$R_1 = \frac{P_2(b + c) + P_3 \cdot c}{a + b + c} \quad (1.15)$$

$$= \frac{7.0 \times (20.0 + 12.0) + 10.0 \times 12.0}{8.0 + 20.0 + 12.0} = 8.6 \quad \text{kN}$$

点4の反力は、同様に、

$$\sum M_1 = -R_4(a + b + c) + P_2 \cdot a + P_3(a + b) = 0 \quad (1.16)$$

$$R_4 = \frac{P_2 \cdot a + P_3(a + b)}{a + b + c} \quad (1.17)$$

$$= \frac{7.0 \times 8.0 + 10.0 \times (8.0 + 20.0)}{8.0 + 20.0 + 12.0} = 8.4 \text{ kN}$$

ここで、反力の合計値は、荷重の合計値 17.0 kN に一致している。

#### (4) 断面力

##### 1) せん断力 S

設計断面  $i$  のせん断力  $S_i$  は、式 (1.6) から

$$S_i = S_{i-1} - P_i \quad (1.18)$$

$$S_1 = 8.6 \text{ kN}$$

$$S_2 = S_1 - P_2 = 8.6 - 7.0 = 1.6 \text{ kN}$$

$$S_3 = S_2 - P_3 = 1.6 - 10.0 = -8.4 \text{ kN}$$

せん断力図を図 -1.17 (a) に示す。

##### 2) 曲げモーメント M

設計断面  $i$  の曲げモーメント  $M_i$  は、式 (1.9) から

$$M_i = M_{i-1} + S_{i-1} \Delta x_i \quad (1.19)$$

ここで、 $\Delta x_i$  は、設計断面  $i - 1$  から設計断面  $i$  までの区間長である。

$$M_1 = 0 \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 + S_1 \Delta x_2 = 0 + 8.6 \times 8.0 \\ &= 68.8 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_3 &= M_2 + S_2 \Delta x_3 = 68.8 + 1.6 \times 20.0 \\ &= 100.8 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_4 &= M_3 + S_3 \Delta x_4 = 100.8 - 8.4 \times 12.0 \\ &= 0 \text{ kNm} \end{aligned}$$

曲げモーメント図を図 -1.17 (b) に示す。

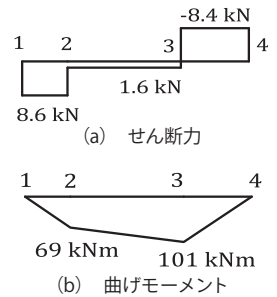


図 -1.17 断面力

#### (5) 表を用いた計算

反力および断面力は、表を用いることで容易に計算でき、また理解しやすい。

##### 1) 反力の計算

反力の計算を表 -1.2 に示す。ここでは、反力の合計値が荷重の合計値に一致していることを確認しておくとお安心である。

表 -1.2 反力の計算

格点	集中荷重 $P_i$ (kN)	区間長 $\Delta x_i$ (m)	格点1の反力			格点4の反力		
			格点4からの距離 $x_i$ (m)	$P_i x_i$ (kNm)	反力 $R_1 = \sum P_i x_i / L$ (kN)	格点1からの距離 $x_i$ (m)	$P_i x_i$ (kNm)	反力 $R_4 = \sum P_i x_i / L$ (kN)
1	0	0	40.0	0	—	0	0	—
2	7.0	8.0	32.0	224.0	—	8.0	56.0	—
3	10.0	20.0	12.0	120.0	—	28.0	280.0	—
4	0	12.0	0	0	—	40.0	0	—
計	17.0	40.0	—	344.0	8.6	—	336.0	8.4

## 2) 断面力の計算

断面力（せん断力・曲げモーメント）の計算を表-1.3 に示す．ここでは，格点4の曲げモーメントが0になっていることを確認しておくといよい．

表-1.3 断面力の計算

格点	集中荷重 $P_i$ (kN)	反力 $R$ (kN)	せん断力 $S_i =$ $S_{i-1} - P_i$ (kN)	区間長 $\Delta x_i$ (m)	曲げモーメント $M_i =$ $M_{i-1} + S_{i-1}\Delta x_i$ (kNm)
1	0	8.6	8.6	0	0
2	7.0	—	1.6	8.0	69
3	10.0	—	-8.4	20.0	101
4	0	8.4	—	12.0	0
計	17.0	17.0	—	40.0	—

## 1.7 格点荷重への変換

断面力（せん断力・曲げモーメント）を計算する場合，分布荷重は取り扱いにくい，格点荷重（集中荷重）に置き換えると，あらゆるケースに対応できる．とくに，不静定力を算出する際にはどうしても必要になる“技”である．そこで，本書では断面力の計算法はすべて集中荷重が載荷された場合について説明することとした．

### 1.7.1 荷重モデル

荷重は，図-1.18 に示す一般的な分布曲線を考える．A 点の荷重強度を  $y_a$ ，B 点の荷重強度を  $y_b$  とする．

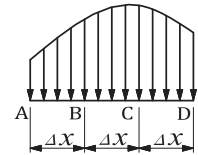


図-1.18 荷重の分布曲線

### 1.7.2 荷重分布を直線と仮定する場合の格点荷重の算出

ここでは，荷重分布を直線と仮定する（図-1.19）．

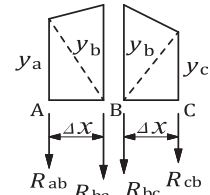


図-1.19 直線とみなした荷重分布

#### (1) 格点間を単純梁とみなした反力の算出

単純梁 AB（図-1.20）について，台形荷重を三角形 L（左側）と三角形 R（右側）に分けて考える（図-1.21）．

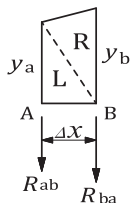


図-1.20 単純梁 AB

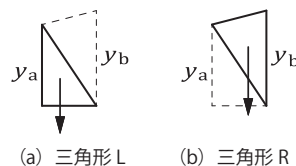


図-1.21 三角形 L および R への分離

三角形 L の面積 
$$A_{abL} = \frac{1}{2} y_a \Delta x \quad (1.20a)$$

三角形 L の右アーム長  $l_{abL} = \frac{2}{3}\Delta x$  (1.20b)

三角形 L の点 A の反力  $R_{abL} = \frac{1}{2}y_a\Delta x \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}y_a\Delta x$  (1.20c)

三角形 R の面積  $A_{abR} = \frac{1}{2}y_b\Delta x$  (1.21a)

三角形 R の右アーム長  $l_{abR} = \frac{1}{3}\Delta x$  (1.21b)

三角形 R の点 A の反力  $R_{abR} = \frac{1}{2}y_b\Delta x \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}y_b\Delta x$  (1.21c)

三角形 R + 三角形 L の点 A の反力は,

$$R_{ab} = \frac{1}{3}y_a\Delta x + \frac{1}{6}y_b\Delta x = \frac{\Delta x}{6}(2y_a + y_b) \quad (1.22)$$

同様に, 三角形 R + 三角形 L の点 B の反力は,

$$R_{ba} = \frac{1}{6}y_a\Delta x + \frac{1}{3}y_b\Delta x = \frac{\Delta x}{6}(y_a + 2y_b) \quad (1.23)$$

また, 単純梁 BC について,

$$R_{bc} = \frac{\Delta x}{6}(2y_b + y_c) \quad (1.24)$$

$$R_{cb} = \frac{\Delta x}{6}(y_b + 2y_c) \quad (1.25)$$

## (2) B 点の格点荷重

格点荷重を  $w_b$  とすると,

$$w_b = R_{ba} + R_{bc} = \frac{\Delta x}{6}(y_a + 4y_b + y_c) \quad (1.26)$$

## (3) 求める格点荷重

格点  $r$  の荷重強度を  $y_r$  とすると, 格点荷重  $w_r$  は,

格点 1 (始点) の場合

$$w_1 = \frac{\Delta x}{6}(2y_1 + y_2) \quad (1.27a)$$

中間格点  $r$  の場合

$$w_r = \frac{\Delta x}{6}(y_{r-1} + 4y_r + y_{r+1}) \quad (1.27b)$$

格点  $n$  (終点) の場合

$$w_n = \frac{\Delta x}{6}(y_{n-1} + 2y_n) \quad (1.27c)$$

### 1.7.3 荷重分布を二次曲線と仮定する場合

本書で例題として示したような構造モデルおよび荷重モデルであれば、荷重分布を直線と仮定して格点荷重を算出すればよいが、ここでは各設計断面（格点）の間で断面形状や荷重が変化する場合に対応できるように、二次曲線と仮定する場合の公式を示す。

格点 1 (始点) の場合

$$w_1 = \frac{\Delta x}{12} (3.5y_1 + 3y_2 - 0.5y_3) \quad (1.28a)$$

中間格点  $r$  の場合

$$w_r = \frac{\Delta x}{12} (y_{r-1} + 10y_r + y_{r+1}) \quad (1.28b)$$

格点  $n$  (終点) の場合

$$w_n = \frac{\Delta x}{12} (-0.5y_{n-2} + 3y_{n-1} + 3.5y_n) \quad (1.28c)$$

## 1.8 格点荷重を用いた断面力の算出

ここでは、片持梁および単純梁の断面力を格点荷重を用いて算出する。

### 1.8.1 片持梁

#### (1) 構造モデル

構造モデルは、長さ 40.0 m の片持梁とする (図 -1.22)。

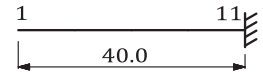


図 -1.22 構造モデル

#### (2) 荷重モデル

荷重モデルは、等分布荷重 1.0 kN/m とする (図 -1.23)。

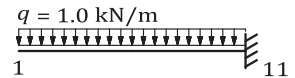


図 -1.23 荷重モデル

#### (3) 格点荷重への変換

ここでは、荷重分布を直線と仮定する。格点荷重への変換を表 -1.4 に、格点荷重への変換結果を図 -1.24 に示す。

表 -1.4 格点荷重への変換

格点	荷重強度 $y$ (kN/m)	格点荷重の計算				求める格点荷重 $w_r$ (kN)
		$2y_1 + y_2$	$y_{r-1} + 4y_r + y_{r+1}$	$y_{n-1} + 2y_n$	$\frac{\Delta x}{6}$	
1	1.0	3.0	—	—	0.667	2.0
2	1.0	—	6.0	—	0.667	4.0
3	1.0	—	6.0	—	0.667	4.0
4	1.0	—	6.0	—	0.667	4.0
5	1.0	—	6.0	—	0.667	4.0
6	1.0	—	6.0	—	0.667	4.0
7	1.0	—	6.0	—	0.667	4.0
8	1.0	—	6.0	—	0.667	4.0
9	1.0	—	6.0	—	0.667	4.0
10	1.0	—	6.0	—	0.667	4.0
11	1.0	—	—	3.0	0.667	2.0
計	—	—	—	—	—	40.0

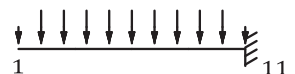


図 -1.24 格点荷重



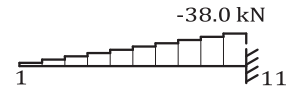
#### (4) 格点荷重を用いた断面力の算出

片持梁の場合、反力は自明であり、計算する必要はない。格点（集中）荷重によるせん断力は  $S_r = S_{r-1} - w_r$ ，曲げモーメントは  $M_r = M_{r-1} + S_{r-1} \Delta x_r$  により計算できる。

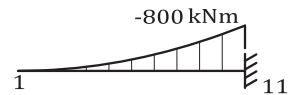
断面力の計算を表-1.5 に、せん断力を図-1.25 (a)、曲げモーメントを図-1.25 (b) に示す。

表-1.5 断面力の計算

格点	格点荷重 $w_r$ (kN)	反力 $R$ (kN)	せん断力 $S_r = S_{r-1} - w_r$ (kN)	区間長 $\Delta x_r$ (m)	曲げモーメント $M_r = M_{r-1} + S_{r-1} \Delta x_r$ (kNm)
1	2.0	0	-2.0	0	0
2	4.0	—	-6.0	4.0	-8
3	4.0	—	-10.0	4.0	-32
4	4.0	—	-14.0	4.0	-72
5	4.0	—	-18.0	4.0	-128
6	4.0	—	-22.0	4.0	-200
7	4.0	—	-26.0	4.0	-288
8	4.0	—	-30.0	4.0	-392
9	4.0	—	-34.0	4.0	-512
10	4.0	—	-38.0	4.0	-648
11	2.0	40.0	—	4.0	-800
計	40.0	40.0	—	40.0	—



(a) せん断力



(b) 曲げモーメント

図-1.25 断面力

### 1.8.2 単純梁

#### (1) 構造モデル

支間 40.0 m の単純梁を構造モデルとする (図-1.26)。

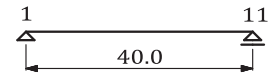


図-1.26 構造モデル

#### (2) 荷重モデル

荷重モデルは、三角形分布荷重 0 ~ 10.0 kN/m とする (図-1.27)。

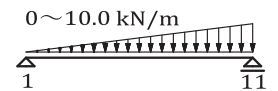


図-1.27 荷重モデル

#### (3) 格点荷重への変換

ここでは、荷重分布を直線と仮定する。格点荷重への変換を表-1.6 に、格点荷重への変換結果を図-1.28 に示す。

表-1.6 格点荷重への変換

格点	荷重強度 $y$ (kN/m)	格点荷重の計算				求める格点荷重 $w_r$ (kN)
		$2y_1 + y_2$	$y_{r-1} + 4y_r + y_{r+1}$	$y_{n-1} + 2y_n$	$\frac{\Delta x}{6}$	
1	0	1.0	—	—	0.667	0.7
2	1.0	—	6.0	—	0.667	4.0
3	2.0	—	12.0	—	0.667	8.0
4	3.0	—	18.0	—	0.667	12.0
5	4.0	—	24.0	—	0.667	16.0
6	5.0	—	30.0	—	0.667	20.0
7	6.0	—	36.0	—	0.667	24.0
8	7.0	—	42.0	—	0.667	28.0
9	8.0	—	48.0	—	0.667	32.0
10	9.0	—	54.0	—	0.667	36.0
11	10.0	—	—	29.0	0.667	19.3
計	—	—	—	—	—	200.0



図-1.28 格点荷重

#### (4) 反力の算出

反力の計算を表-1.7 に示す.

表-1.7 反力の計算

格点	格点荷重 $w_r$ (kN)	区間長 $\Delta x_r$ (m)	格点1の反力			格点11の反力		
			格点11からの距離 $x_r$ (m)	$w_r x_r$ (kNm)	反力 $R_1 = \sum w_r x_r / L$ (kN)	格点1からの距離 $x_r$ (m)	$w_r x_r$ (kNm)	反力 $R_{11} = \sum w_r x_r / L$ (kN)
1	0.7	0	40.0	26.7	—	0	0	—
2	4.0	4.0	36.0	144.0	—	4.0	16.0	—
3	8.0	4.0	32.0	256.0	—	8.0	64.0	—
4	12.0	4.0	28.0	336.0	—	12.0	144.0	—
5	16.0	4.0	24.0	384.0	—	16.0	256.0	—
6	20.0	4.0	20.0	400.0	—	20.0	400.0	—
7	24.0	4.0	16.0	384.0	—	24.0	576.0	—
8	28.0	4.0	12.0	336.0	—	28.0	784.0	—
9	32.0	4.0	8.0	256.0	—	32.0	1 024.0	—
10	36.0	4.0	4.0	144.0	—	36.0	1 296.0	—
11	19.3	4.0	0	0	—	40.0	773.3	—
計	200.0	40.0	—	2666.7	66.7	—	5 333.3	133.3

#### (5) 断面力の算出

格点 (集中) 荷重によるせん断力は  $S_r = S_{r-1} - w_r$  により, 曲げモーメントは  $M_r = M_{r-1} + S_{r-1} \Delta x_r$  により算出できる.

断面力の計算を表-1.8 に, 計算結果を図-1.29 (a), 図-1.29 (b) に示す.

表-1.8 断面力の計算

格点	格点荷重 $w_r$ (kN)	反力 $R$ (kN)	せん断力 $S_r = S_{r-1} - w_r$ (kN)	区間長 $\Delta x_r$ (m)	曲げモーメント $M_r = M_{r-1} + S_{r-1} \Delta x_r$ (kNm)
1	0.7	66.7	66.0	0	0
2	4.0	—	62.0	4.0	264
3	8.0	—	54.0	4.0	512
4	12.0	—	42.0	4.0	728
5	16.0	—	26.0	4.0	896
6	20.0	—	6.0	4.0	1 000
7	24.0	—	-18.0	4.0	1 024
8	28.0	—	-46.0	4.0	952
9	32.0	—	-78.0	4.0	768
10	36.0	—	-114.0	4.0	456
11	19.3	133.3	—	4.0	0
計	200.0	200.0	—	40.0	—

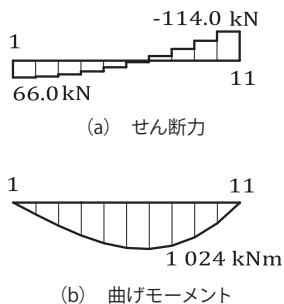


図-1.29 断面力

表-1.6 (格点荷重), 表-1.7 (反力), 表-1.8 (断面力) は, この先何度も使うことになる重要な表である. この表を一度作成しておけば, 単純桁 (梁) はもちろんのこと, 連続桁 (梁) の断面力計算からプレストレス二次力の計算まで, まったく同じ方法で計算することができる. すなわち, 集中荷重による断面力の算出手順さえ理解しておけば, 表計算ソフトを用いることで, さまざまな構造の断面力が計算できることになるので, 応用の効く構造計算手法が “身に付く” のである.

# 2章

## 断面性能

断面力を算出するために構造解析を行う場合、はじめに解析ソフトに部材の断面積や断面二次モーメントを入力しなければならない。また、曲げモーメントから曲げ応力度を算出する際には断面係数も必要になる。これら断面積や断面二次モーメントなどは、総称して断面性能と呼ばれており、設計の初期段階であらかじめ計算しておくことが多い。

断面性能については、四角形や三角形などの解説は一般的であるが、実務で遭遇するさまざまな断面形状の計算方法についてていねいに説明している教科書は少ない。

そこで、本章では現実的な断面に関する断面性能の計算手法について要点を説明することとした。

### 2.1 断面性能の要点

#### (1) 断面一次モーメント

ある図形の断面積を  $A$ 、その図心（重心）から与えられた軸までの距離を  $y$  とする（図 -2.1）と、断面積  $A$  と軸までの距離  $y$  の積を断面一次モーメントという。

$$G = A \cdot y \quad (2.1)$$

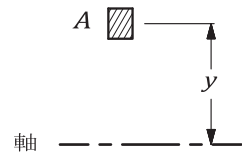


図 -2.1 軸・断面積  $A$ ・距離  $y$  の関係

#### (2) 断面二次モーメント

同様に、断面積  $A (= b \cdot dy)$  と軸までの距離  $y$  の 2 乗の積を断面二次モーメントという。

$$I = A \cdot y^2 \quad (2.2)$$

長方形断面の断面二次モーメントは、図 -2.2 から以下のようになる。

$$\begin{aligned} I &= \int_{-h/2}^{h/2} (by^2 dy) = b \left[ \frac{y^3}{3} \right]_{-h/2}^{h/2} \\ &= b \left[ \frac{(h/2)^3}{3} \right] - b \left[ \frac{(-h/2)^3}{3} \right] \\ &= \frac{bh^3}{3 \cdot 8} - \frac{b(-h)^3}{3 \cdot 8} = \frac{bh^3}{24} + \frac{bh^3}{24} = \frac{bh^3}{12} \end{aligned} \quad (2.3)$$

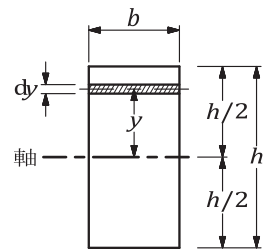


図 -2.2 長方形断面の断面二次モーメント

次に、図心軸から  $e$  だけ離れた軸に対する断面二次モーメントは、図 -2.3 により、以下のようになる。

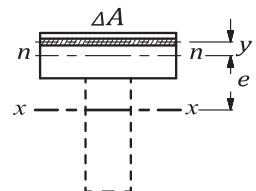


図 -2.3 離れた軸に対する断面二次モーメント

## 引用・参考文献

1. 小西一郎, 横尾義貫, 成岡昌夫, 丹羽義次: 構造力学 第 I 巻, 丸善, 1966
2. 赤尾親助, 水野俊一: 大学課程 鉄筋コンクリート工学, オーム社, 1968
3. 三宅政光, 森野安信: 土木応用力学, 日刊工業新聞社, 1970
4. 住友建設 PC 長大橋技術研究会: PC 長大橋の設計と施工, 理工図書, 1970
5. H. リュッシュ, D. ユンクビルト (著), 百島祐信 (訳): コンクリート構造物のクリープと乾燥収縮, 鹿島出版会, 1976
6. 猪股俊司: プレストレストコンクリートの設計・施工, 技報堂出版, 1979
7. 彦坂 熙, 崎山 毅, 大塚久哲: 詳解 構造力学演習, 共立出版, 1981
8. Fritz Leonhardt, Brücken : Ästhetik und Gestaltung, Deutsche Verlags-Anstalt, 1984
9. F. レオンハルト, E. メニツヒ (著), 横道英雄 (監訳), 成井 信, 上阪康雄 (訳): 続 鉄筋コンクリートの設計, 鹿島出版会, 1984
10. The Highways Agency, The Appearance of Bridges and Other Highway Structures, The Stationery Office Publications Centre, 1996
11. Ariel Hanaor, Principles of Structures, Blackwell Science Ltd, 1998
12. Richard J. Dietrich, Faszination Brücken, Callwey, 1998
13. 宇治公隆: コンクリート構造学, コロナ社, 2012
14. 日本道路協会: 道路橋示方書 (I 共通編・IIIコンクリート橋編)・同解説, 丸善, 2012
15. プレストレストコンクリート技術協会: フレッシュマンのための PC 講座 — プレストレストコンクリートの世界一, 1997
16. プレストレスト・コンクリート建設業協会: やさしい PC 橋の設計, 2002

# 索引

## 【あ行】

内ケーブル構造	87
円弧アーチ	49
温度応力	39
温度変化の影響	35

## 【か行】

外力	2
外力モーメント	3
核	62,66
格点荷重	8,10
可動支承	50,105
基礎の安定	66
共役梁	27,29,110
許容応力度設計法	92
緊張材	78,82,98,155
偶力	1,3
クリープ	98,155,157
クリープ係数	155
クリープによる二次力	157
桁高変化	119
限界状態設計法	74,92
格子梁	47
剛性	43,49
構造計画	43,91,118
合力	1,20,54,69

## 【さ行】

最大・最小断面力	130,135
支間一括施工	149,162
実荷重	35,45,104,109
支点反力調整	152
地盤反力	61,66

自由体	2
主応力度	55,59
垂直せん断応力度	53
水平せん断応力度	53
ストランド	78
静定基本系	35,158
静定構造	2
施工追跡断面力	149
全支保工施工	149
全支保工断面力	149,152
先端支持片持梁	35,105,158
せん断応力度	53,55
せん断力	4,53
外ケーブル構造	87

## 【た行】

たわみ	25,27,28
たわみ角	26,27
単位不静定力	111,122
段階施工	149,162
弾性荷重	27,28
弾性格点荷重	28,109,141
弾性曲線	26
弾性方程式	35
断面一次モーメント	13,54
断面係数	15,17,21
断面性能	13,94,120
断面二次モーメント	13
断面力	3,10,92,118
力の分配	43,48
力の平行四辺形	1,83
中立軸	19,72
釣合い	1,70

定着	78	偏心モーメント	61,80,84
ディビダーク工法	149	ポストテンション方式	78,86
鉄筋コンクリート構造	70,74		
導入緊張力	98,138,157	【ま行】	
導入プレストレス	156	曲げ上げ位置	82
等曲げ区間	19	曲げ上げ配置	82
		曲げ上げ分力	83,106
【な行】		曲げ応力度	19,21,69
内力	2,83	曲げ剛性	76
斜引張応力度	55	曲げモーメント	2,4,20
斜めひび割れ	55	無筋コンクリート構造	70
		モールの定理	26
【は行】			
箱形断面	15	【や行】	
箱桁	15,94,119	山形アーチ	49
張出し工法	77,149	ヤング係数比	72
版構造	5,47	有効緊張力	98,138
反力	2,5,6	有効高さ	71
ピン支承	46	有効プレストレス力	98,140
腹圧力	83,106		
複合部材	48	【ら行】	
不静定構造	35	両端固定梁	39,105
不静定力	35,44,103,158		
プレストレス	78,85,155	【欧文】	
プレストレストコンクリート構造	77	Dywidag (ディビダーク)	149
プレストレスによる接合	89	Finsterwalder (フィンスターヴァルダー)	77
プレストレスによる二次力	103,140	Freyssinet (フレシネー)	77,87
プレストレス力	78,97,138	PC 構造	77,103,155
プレテンション方式	79,85	PC 鋼材	78
分割施工	149	PC 鋼より線	78
分力	1,83,106	RC 構造	70
平面保持の法則	19,88	T 形断面	14
ベルヌーイ・オイラーの仮定	19	T 桁	14
偏心	61,80,82		

# 著者略歴

- 1976年 東京都立大学 工学部 土木工学科 卒業
- 1976年 住友建設株式会社（現 三井住友建設株式会社）入社
- 1989年 技術士（建設部門）
- 2002年 東京都立大学大学院（博士課程）工学研究科 修了 博士（工学）
- 2012年 首都大学東京（現 東京都立大学）大学院 非常勤講師 委嘱
- 2012年 ファイベックス株式会社 入社
- 2014年 代表取締役社長 現在に至る

## RC・PC 構造の力学と設計

2024年3月31日 初版第1刷発行



著者 近藤真一

発行者 柴山 斐呂子

発行所 理工図書株式会社

〒102-0082 東京都千代田区一番町 27-2  
電話 03 (3230) 0221 (代表)  
FAX 03 (3262) 8247  
振替口座 00180-3-36087 番  
<https://www.rikohtosho.co.jp>  
お問合せ info@rikohtosho.co.jp

© 近藤真一 2024 Printed in Japan ISBN978-4-8446-0945-2

印刷・製本 丸井工文社

〈日本複製権センター委託出版物〉

\*本書を無断で複写複製（コピー）することは、著作権法上の例外を除き、禁じられています。本書をコピーされる場合は、事前に日本複製権センター（電話：03-3401-2382）の許諾を受けてください。

\*本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製は著作権法上の例外を除き禁じられています。本書を代行業者等の第三者に依頼してスキャンやデジタル化することは、たとえ個人や家庭内の利用でも著作権法違反です。

★自然科学書協会会員★工学書協会会員★土木・建築書協会会員